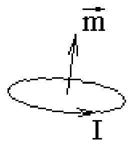
Лекционные демонстрации (12 минут).

Магнитный диполь. Момент сил, действующих на виток с током в однородном магнитном поле.

$\vec{m} \equiv I\vec{S}$ — определение магнитного дипольного момента тока I в контуре, ограничивающем площадку $\vec{S}$. Направление дипольного момента образует правый винт с направлением тока.



Факультативная вставка.

Магнитный дипольный момент может быть выражен иначе:

$\vec{m} \equiv I\vec{S} = \dfrac{I}{2}\oint\limits_{l}\left[\vec{r}, d\vec{l}\,\right] = \dfrac{1}{2}\int\limits_{V}\left[\vec{r}, \vec{j}\,\right]dV$. В электронной оболочке атома $\vec{j} = \rho\vec{v}$.

В системе СГС Гаусса: $\vec{m} = \dfrac{I}{c}\vec{S}$.

Конец факультативной вставки.

Докажем, что момент сил $\vec{M}$, действующих на рамку с током в магнитном поле $\vec{B}$ равен:

$\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$.

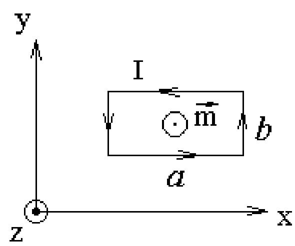
В системе СГС Гаусса соотношение такое же.

Это равенство аналогично равенству $\vec{M} = \left[\vec{p}, \vec{E}\right]$ в электростатике.

Докажем сначала для прямоугольной рамки с током.

Выберем направление оси z системы координат вдоль вектора $\vec{m}$ (перпендикулярно плоскости рамки), оси x и y повернем вокруг оси z и направим вдоль сторон рамки с током.

Обозначим длину рамки вдоль оси x за a, вдоль оси y — за b.



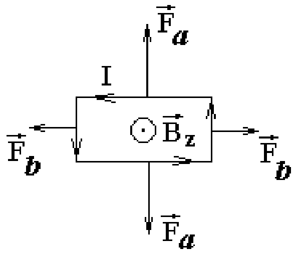
Произвольное магнитное поле $\vec{B}$ разложим на составляющие вдоль осей координат:

$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y + \vec{B}_z$.

Докажем требуемое равенство $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ отдельно для каждой составляющей поля $\vec{B}$.

Рассмотрим магнитное поле с одной составляющей $\vec{B} = \vec{B}_z$.

Направление и величина сил на следующем рисунке определяются законом Ампера $d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$.



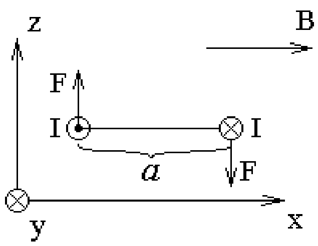
Из рисунка видно, что противоположно направленные силы попарно дают нулевой момент, как равные и противоположно направленные силы, действующие вдоль одной прямой. Следовательно, $\vec{M} = 0$ для всех 4-х сил.

С другой стороны, $\left[\vec{m}, \vec{B}\right] = 0$, так как $\vec{m} \uparrow\uparrow \vec{B}$.

Следовательно, при $\vec{B} = \vec{B}_z$ равенство $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ выполнено, так как каждая часть равенства равна нулю.

Рассмотрим теперь магнитное поле вдоль оси x.

$\vec{B} = \vec{B}_x$.



На отрезках рамки длиной a, которые направлены вдоль оси x и, соответственно, вдоль поля $\vec{B}$, сила Ампера равна нулю.

Сумма всех сил равна нулю. При этом условии момент сил не зависит от положения начала координат. Выберем начало координат в середине левого отрезка с током. Тогда плечо для силы Ампера, действующей на левый отрезок, равно нулю, и суммарный момент сил определяется только силой, действующей на правый отрезок. Момент силы $\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]$ направлен вдоль оси y, так как вектор $\vec{r}$ направлен слева направо.

Это с одной стороны, а с другой стороны вектор $\left[\vec{m}, \vec{B}\right] = \left[\vec{m}_z, \vec{B}_x\right]$ также направлен вдоль оси y. Следовательно, $\vec{M} \uparrow\uparrow \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$.

Покажем, что эти векторы не только одинаково направлены, но и равны по величине.

Момент сил равен произведению силы на плечо

$M = aF$.

Подставим сюда выражение для силы из закона Ампера $d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$ откуда $F = IbB$. Тогда

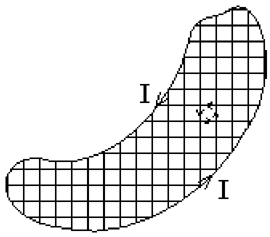
$M = a\,IbB = IS\,B = |\vec{m}|B = \left|\left[\vec{m}, \vec{B}\right]\right|$.

Следовательно, равенство $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ доказано при $\vec{B} = \vec{B}_x$.

Аналогично доказывается, что $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ при $\vec{B} = \vec{B}_y$. Или можно повернуть оси координат вокруг оси z на $\frac{\pi}{2}$. Теперь равенство $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ справедливо для поля $\vec{B}$ вдоль новой (после поворота) оси x, значит, оно справедливо и для поля $\vec{B}$ вдоль старой оси y.

Складывая равенства $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ для трех составляющих вектора $\vec{B}$, получим, что равенство $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ выполняется для любого направления вектора $\vec{B}$ и прямоугольной рамки с током.

Любой контур в плоскости можно приблизительно представить, как суперпозицию токов в малых прямоугольных рамках:



Складывая токи прямоугольных рамок, получим ток по краю суммарного контура. Для каждой i-ой прямоугольной рамки доказано, что

$\vec{M}_i = \left[\vec{m}_i, \vec{B}\right]$.

Просуммируем это равенство по всем прямоугольным контурам, по всем i, и получим

$$\vec{M} = \sum_i \vec{M}_i = \sum_i \left[\vec{m}_i, \vec{B}\right] = \sum_i \left[I\vec{S}_i, \vec{B}\right] = \left[I\sum_i \vec{S}_i, \vec{B}\right] = \left[I\vec{S}, \vec{B}\right] = \left[\vec{m}, \vec{B}\right].$$

Тогда

$\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$, что и требовалось доказать.

Для поверхности неплоского контура будем считать равенство $\vec{S} = \sum_i \vec{S}_i$ определением вектора суммарной поверхности, тогда равенство $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ будет справедливо и для неплоского контура.

Энергия магнитного диполя в магнитном поле.

В электростатике:

$\vec{M} = \left[\vec{p}, \vec{E}\right]$ — момент сил, действующих на диполь в электрическом поле.

$W = -\left(\vec{p}, \vec{E}\right)$ — энергия диполя в электрическом поле.

Эти две формулы в электростатике мы выводили независимо друг от друга. Однако энергия диполя в электрическом поле определяется ориентацией диполя, то есть зависит от его поворота.

Повернуть диполь стремится момент сил.

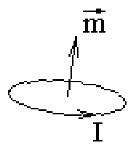
Следовательно, в электростатике формула для энергии однозначно определяется формулой для момента сил.

То есть из формулы $\vec{M} = \left[\vec{p}, \vec{E}\right]$ можно доказать $W = -\left(\vec{p}, \vec{E}\right)$.

Заменим во всех формулах этого доказательства $\vec{p} \to \vec{m}$ и $\vec{E} \to \vec{B}$.

Тогда получиться, что из формулы $\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ можно доказать $W = -\left(\vec{m}, \vec{B}\right)$.

Следовательно, $W = -\left(\vec{m}, \vec{B}\right)$ — энергия магнитного диполя $\vec{m} \equiv I\vec{S}$



.

Интересно, что магнитное поле не потенциально $rot\left(\vec{B}\right) \neq 0$, а магнитные силы потенциальны $W = -\left(\vec{m}, \vec{B}\right)$.

Это оказывается возможным, так как сила Ампера $d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$ не параллельна магнитному полю $\vec{B}$.

Сила, действующая на магнитный диполь в неоднородном магнитном поле.

$\vec{F} = -\vec{\nabla} W = -\vec{\nabla}\left(-\left(\vec{m}, \vec{B}\right)\right) = \vec{\nabla}\left(\vec{m}, \vec{B}\right)$ =>

$\vec{F} = \vec{\nabla}\left(\vec{m}, \vec{B}\right)$ — сила, действующая на магнитный диполь $\vec{m} \equiv I\vec{S}$.

Для сравнения в электростатике $\vec{F} = \left(\vec{p}, \vec{\nabla}\right)\vec{E}$, а при условии $rot\left(\vec{E}\right) = 0$ получаем $\vec{F} = \vec{\nabla}\left(\vec{p}, \vec{E}\right)$.

Векторный потенциал поля точечного магнитного диполя.

$d\vec{A} \equiv \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{d\vec{l}}{r}$ — определение векторного потенциала для элемента тока $Id\vec{l}$, r — расстояние от элемента тока до точки наблюдения.

Тогда для замкнутого контура с током векторный потенциал:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{l'} \frac{d\vec{l}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}.$$

С учетом того, что $d\vec{l}\,' = d\vec{r}\,'$ получим

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{l'} \frac{d\vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$$ — векторный потенциал замкнутого контура с током.

Это точное выражение для векторного потенциала, а нас интересует приближенное выражение с учетом того, что расстояние от токов до точки наблюдения гораздо больше, чем размеры контура с током.

Выберем начало координат где-то в области магнитного диполя.

Пусть $\vec{r}\,'$ — радиус-вектор элемента тока магнитного диполя,

$\vec{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения векторного потенциала, создаваемого магнитным диполем.

Для точечного магнитного диполя $r' \ll r$.

Разложим $\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$ по степеням малого параметра $\vec{r}\,'$.

$$f(d\vec{r}) \approx f(0) + \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz = f(0) + (d\vec{r}, \vec{\nabla} f)$$

Заменим

$$\left.\begin{aligned} & d\vec{r} \to \vec{r}\,' \\ & f(\vec{r}\,') \to \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \approx \frac{1}{r} + \left(\vec{r}\,', \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}\bigg|_{\vec{r}\,'=0} \right)$$

Заметим, что для любой функции от $(\vec{r} - \vec{r}\,')$ справедливо равенство $\vec{\nabla}' = -\vec{\nabla}$, так как

$$\left.\begin{aligned} & \frac{\partial\,\cdot}{\partial x'} = \frac{\partial\,\cdot}{\partial(x - x')} \cdot \frac{\partial(x - x')}{\partial x'} = \frac{\partial\,\cdot}{\partial(x - x')} \cdot (-1) \\ & \frac{\partial\,\cdot}{\partial x} = \frac{\partial\,\cdot}{\partial(x - x')} \cdot \frac{\partial(x - x')}{\partial x} = \frac{\partial\,\cdot}{\partial(x - x')} \cdot (+1) \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla}' = -\vec{\nabla}$$

Тогда

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \approx \frac{1}{r} + \left(\vec{r}\,', \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}\bigg|_{\vec{r}\,'=0} \right) = \frac{1}{r} - \left(\vec{r}\,', \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}\bigg|_{\vec{r}\,'=0} \right) = \frac{1}{r} - \left(\vec{r}\,', \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right)$$

Здесь $\vec{\nabla}\frac{1}{r} = -\frac{\vec{r}}{r^3}$, так как $\begin{cases} \varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{r} \\ \vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{\vec{r}}{r^3} \\ \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi \end{cases}$. Тогда

$$\frac{1}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|} \approx \frac{1}{r} - \left(\vec{r}\,', -\frac{\vec{r}}{r^3}\right) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r^3}\cdot\left(\vec{r}\,',\vec{r}\right)$$

Подставим это в выражение для векторного потенциала контура с током $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\limits_{l'}\frac{d\vec{r}\,'}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|}$ и получим

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\limits_{l'}\frac{d\vec{r}\,'}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|} \approx \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left\{\oint\limits_{l'}\frac{d\vec{r}\,'}{r} + \oint\limits_{l'}\frac{\left(\vec{r}\,',\vec{r}\right)}{r^3}d\vec{r}\,'\right\} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{1}{r}\cdot\oint\limits_{l'}d\vec{r}\,' + \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{1}{r^3}\cdot\oint\limits_{l'}\left(\vec{r}\,',\vec{r}\right)d\vec{r}\,'$$

Здесь первый интеграл в правой части равенства равен нулю $\oint\limits_{l'}d\vec{r}\,' = 0$, так как интеграл $\oint\limits_{l'}d(\cdot) = 0$ равен нулю для любой функции под знаком дифференциала и в частности для $\vec{r}\,'$. Тогда

$$\vec{A}(\vec{r}) \approx \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}\oint\limits_{l'}\left(\vec{r}\,',\vec{r}\right)d\vec{r}\,'$$

Мы хотим выразить векторный потенциал $\vec{A}(\vec{r})$ через магнитный дипольный момент $\vec{m} \equiv I\vec{S}$, где $\vec{S}$ — вектор площадки ограниченной контуром с током I.

С этой целью рассмотрим

$$\left[\vec{m},\vec{B}\right] = \vec{M} = \oint\limits_{l'}d\vec{M} = \oint\limits_{l'}\left[\vec{r}\,',d\vec{F}\,'\right] = \oint\limits_{l'}\left[\vec{r}\,',I\left[d\vec{l}\,',\vec{B}\right]\right]$$

Здесь в последнем равенстве подставлено выражение для силы Ампера $d\vec{F}\,' = I\left[d\vec{l}\,',\vec{B}\right]$, действующей на элемент тока $Id\vec{l}\,'$, радиус-вектор которого равен $\vec{r}\,'$.

Учтем, что $d\vec{l}\,' = d\vec{r}\,'$, и получим

$$\left[\vec{m},\vec{B}\right] = \oint\limits_{l'}\left[\vec{r}\,',I\left[d\vec{r}\,',\vec{B}\right]\right] = I\oint\limits_{l'}\left[\vec{r}\,',\left[d\vec{r}\,',\vec{B}\right]\right].$$

Двойное векторное произведение в правой части равенства преобразуем по правилу "бац минус цап" и получим

$$\left[\vec{m},\vec{B}\right] = I\oint\limits_{l'}d\vec{r}\,'\left(\vec{r}\,',\vec{B}\right) - I\oint\limits_{l'}\vec{B}\left(\vec{r}\,',d\vec{r}\,'\right) = I\oint\limits_{l'}\left(\vec{r}\,',\vec{B}\right)d\vec{r}\,' - I\vec{B}\oint\limits_{l'}\left(\vec{r}\,',d\vec{r}\,'\right)$$

Второй интеграл в правой части равенства равен нулю. И действительно,

$$d\left(\vec{r}\,',\vec{r}\,'\right) = \left(d\vec{r}\,',\vec{r}\,'\right) + \left(\vec{r}\,',d\vec{r}\,'\right) = 2\left(\vec{r}\,',d\vec{r}\,'\right) \quad => \quad \left(\vec{r}\,',d\vec{r}\,'\right) = \frac{1}{2}d\left(\vec{r}\,',\vec{r}\,'\right) \quad =>$$

$\oint\limits_{l'}(\vec{r}\,',d\vec{r}\,') = \frac{1}{2}\cdot\oint\limits_{l'} d(\vec{r}\,',\vec{r}\,')$, где последний интеграл равен нулю, так как интеграл $\oint\limits_{l'} d(\cdot) = 0$ равен нулю для любой функции под знаком дифференциала.

Тогда в выражении для векторного произведения $\left[\vec{m},\vec{B}\right]$ останется только первый интеграл:

$$\left[\vec{m},\vec{B}\right] = I\oint\limits_{l'}\left(\vec{r}\,',\vec{B}\right)d\vec{r}\,'$$

Это равенство справедливо для любого значения вектора $\vec{B}$, если считать, что поле $\vec{B}$ одинаковое во всех точках.

Хотя это равенство было получено с использованием закона Ампера $d\vec{F} = I\left[d\vec{l},\vec{B}\right]$, вектор $\vec{B}$ в равенстве $\left[\vec{m},\vec{B}\right] = I\oint\limits_{l'}\left(\vec{r}\,',\vec{B}\right)d\vec{r}\,'$ может иметь любое значение, а значит, его можно сделать равным любому наперед заданному вектору, например, вектору $\vec{r}$.

Следовательно, в равенстве $\left[\vec{m},\vec{B}\right] = I\oint\limits_{l'}\left(\vec{r}\,',\vec{B}\right)d\vec{r}\,'$ вектор $\vec{B}$ можно заменить на вектор $\vec{r}$. В результате получим

$$\left[\vec{m},\vec{r}\right] = I\oint\limits_{l'}\left(\vec{r}\,',\vec{r}\right)d\vec{r}\,'.$$

Сравним это равенство с полученным выражением для векторного потенциала $\vec{A}(\vec{r}) \approx \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3}\oint\limits_{l'}(\vec{r}\,',\vec{r})d\vec{r}\,'$ и получим

$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\left[\vec{m},\vec{r}\right]}{r^3}$ — векторный потенциал точечного магнитного диполя, где $\vec{r}$ — вектор из диполя в точку наблюдения. Формулу без доказательства нужно знать **<u>к экзамену</u>**.

Заметим, что это равенство похоже на потенциал электрического диполя $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{(\vec{p},\vec{r})}{r^3}$.

В системе СГС Гаусса $\vec{A} = \frac{[\vec{m},\vec{r}]}{r^3}$ и $\varphi = \frac{(\vec{p},\vec{r})}{r^3}$.

Магнитное поле *B* точечного магнитного диполя.

$$\vec{B} = rot\left(\vec{A}\right) = rot\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\left[\vec{m},\vec{r}\right]}{r^3}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\vec{\nabla},\frac{\left[\vec{m},\vec{r}\right]}{r^3}\right] = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\vec{\nabla},\left[\vec{m},\frac{\vec{r}}{r^3}\right]\right]$$

Правую часть равенства распишем по правилу "бац минус цап" и получим

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\vec{m}\left(\vec{\nabla},\frac{\vec{r}}{r^3}\right)-\frac{\vec{r}}{r^3}\left(\vec{\nabla},\vec{m}\right)\right\}.$$

Первое слагаемое в фигурных скобках правой части равенства равно нулю, так как $\left(\vec{\nabla},\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=div\left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=div\left(\vec{E}_1\right)$, где $\vec{E}_1$ — напряженность поля единичного точечного заряда в начале координат, в точке $\vec{r}=0$. По теореме Гаусса в дифференциальной форме $div\left(\vec{E}\right)=4\pi\rho$, а для единичного точечного заряда в начале координат имеем $\rho=0$ во всех точках кроме точки $\vec{r}=0$, следовательно, $div\left(\vec{E}_1\right)=0$ во всех точках, кроме точки $\vec{r}=0$, тогда и $\left(\vec{\nabla},\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=0$ во всех точках, кроме точки $\vec{r}=0$.

Тогда магнитное поле диполя:

$$\vec{B}=-\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\vec{m},\vec{\nabla}\right)\frac{\vec{r}}{r^3}.$$

Раскроем правую часть равенства, как производную от произведения $\vec{r}$ на $\frac{1}{r^3}$:

$$\vec{B}=-\frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\frac{1}{r^3}\left(\vec{m},\vec{\nabla}\right)\vec{r}+\vec{r}\left(\vec{m},\vec{\nabla}\right)\frac{1}{r^3}\right\}=-\frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\frac{1}{r^3}\left(\vec{m},\vec{\nabla}\right)\vec{r}+\vec{r}\left(\vec{m},\vec{\nabla}\frac{1}{r^3}\right)\right\}.$$

Рассмотрим подробнее первое слагаемое правой части равенства:

$$\left(\vec{m},\vec{\nabla}\right)\vec{r}=\left(m_x\frac{\partial}{\partial x}+m_y\frac{\partial}{\partial y}+m_z\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}\right)=$$

$$=m_x\frac{\partial}{\partial x}x\vec{i}+m_y\frac{\partial}{\partial y}y\vec{j}+m_z\frac{\partial}{\partial z}z\vec{k}=m_x\vec{i}+m_y\vec{j}+m_z\vec{k}=\vec{m}$$

Тогда

$$\vec{B}=-\frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\frac{\vec{m}}{r^3}+\vec{r}\left(\vec{m},\vec{\nabla}\frac{1}{r^3}\right)\right\}.$$

Рассмотрим теперь второе слагаемое:

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right)=\vec{\nabla}\left(\left(\frac{1}{r}\right)^3\right)=3\left(\frac{1}{r}\right)^2\vec{\nabla}\frac{1}{r}.$$

Здесь $\vec{\nabla}\frac{1}{r}=-\frac{\vec{r}}{r^3}$, так как $\begin{cases}\varphi=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{1}{r}\\ \vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{\vec{r}}{r^3}\\ \vec{E}=-\vec{\nabla}\varphi\end{cases}$. Тогда

$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right)=3\cdot\left(\frac{1}{r}\right)^2\cdot\left(-\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=-3\frac{\vec{r}}{r^5}$. Подставим это значение в выражение для магнитного поля $\vec{B}$ точечного магнитного диполя и получим:

$$\vec{B}=-\frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\frac{\vec{m}}{r^3}+\vec{r}\left(\vec{m},-3\frac{\vec{r}}{r^5}\right)\right\}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left\{3\frac{(\vec{m},\vec{r})\vec{r}}{r^5}-\frac{\vec{m}}{r^3}\right\}.$$

$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left\{3\frac{(\vec{m},\vec{r})\vec{r}}{r^5}-\frac{\vec{m}}{r^3}\right\}$ — магнитное поле точечного диполя, где $\vec{m}\equiv I\vec{S}$ — магнитный дипольный момент, $\vec{r}$ — вектор из диполя в точку наблюдения. Эту формулу без доказательства нужно знать **<u>к экзамену</u>**. Заметим, что это выражение с точностью до коэффициента совпадает с выражением для электрического поля, создаваемого электрическим диполем $\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{3\frac{(\vec{p},\vec{r})\vec{r}}{r^5}-\frac{\vec{p}}{r^3}\right\}$.

$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left\{3\frac{(\vec{m},\vec{r})\vec{r}}{r^5}-\frac{\vec{m}}{r^3}+\frac{8}{3}\pi\cdot\vec{m}\cdot\delta(\vec{r})\right\}$ магнитное поле точечного диполя с учетом поля внутри самого диполя (без доказательства). Но $\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{3\frac{(\vec{p},\vec{r})\vec{r}}{r^5}-\frac{\vec{p}}{r^3}-\frac{4}{3}\pi\cdot\vec{p}\cdot\delta(\vec{r})\right\}$.