## Результаты расчетов рассеяния света нанопластиной (продолжение).

Влияние угла поворота на рассеяние на золотых наноантеннах У.В. Прохорова<sup>1</sup>, Е.А. Ефремова<sup>2</sup>, И.Р. Крылов<sup>1</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет <sup>2</sup>Университет ИТМО

представленные на конференции:

IX международная конференция "Фотоника и Информационная Оптика", 29 — 31 января 2020 года, Москва, НИЯУ (Национальный Исследовательский Ядерный Университет) МИФИ (Московского Инженерно-Физического Института).



Рис.1.

Чтобы понять природу пары левых резонансов рассмотрим часть наноантенны на рис.10.



Рис.10.

Если поляризация падающего света направлена по оси X, и возбуждаются антисимметричные моды, или, если поляризация света направлена по оси Y, и возбуждаются симметричные моды, в любом случае есть составляющая

напряженности электрического поля световой волны  $\vec{E}$  перпендикулярная длинным сторонам прямоугольной части наноантенны, как это изображено на рис.10. Эта составляющая поля возбуждает в изображенной на рис.10 прямоугольной части наноантенны моды, изображенные на рис.7 и рис.8в, которым соответствует пара резонансов обсуждавшаяся в комментариях к рис.9.



Рис.11.

Обсудим теперь еще один слайд презентации рис.12, на котором представлены два резонанса, что и в левой части рис.11.



Здесь на каждой кривой наблюдаются два резонанса. Обсудим, почему при уменьшении толщины наноантенны резонансы сдвигаются в область больших длин волн, а затем обсудим.

Для каждого класса мод симметричных относительно плоскости симметрии и антисимметричных есть основная мода с наименьшей частотой и наибольшей длиной волны. Частоту и ширину резонанса основной моды можно получить, рассматривая наноантенну, как электрический колебательный контур. Подход рассмотрения нанообъекта с электромагнитным полем через рассмотрение эквивалентного колебательного контура развивается В нескольких работах разных авторов [1-3] (модель LCR контура). Резонансная частота  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  контура определяется его индуктивностью L и емкостью C. Фарадеевская индуктивность определяется тем, что энергия магнитного поля токов равна  $\frac{L_f I^2}{2}$ , где I — сила тока в резонансной моде. Емкость определяется тем, что энергия электрического поля равна  $\frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$ , где Q заряд, как интеграл от силы тока.

отличие от обычного колебательного контура индуктивность B наноантенны, как мера инертности токов, имеет добавку пропорциональную инертной массе покоя электронов, так как магнитной энергии токов  $\frac{L_f I^2}{2}$ (Фарадея) нужно добавить кинетическую энергию электронов, участвующих в этих токах. Эта добавка к энергии и индуктивности  $L_k$  присутствует и при колебательного макроскопических размерах контура, НО для макроскопического контура добавка пренебрежимо мала. При одновременном изменении всех линейных размеров колебательного контура пропорционально некоторому линейному размеру *l* (фарадеевская) индуктивность контура пропорциональна линейному размеру  $L_f \sim l$ , электрическая емкость контура  $C \sim l$ , а добавка к индуктивности, связанная с кинетической энергией электронов,  $L_k \sim \frac{1}{l}$ . Соответственно, при уменьшении размеров наноантенны добавка к индуктивности, связанная с кинетической энергией электронов, все более весомой. Без учета индуктивности, связанной становится кинетической энергией электронов, частота резонанса  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sim \frac{1}{l}$ , резонансная длина волны  $\lambda = \frac{2\pi}{\omega} \sim l$ . С учетом кинетической энергии электронов частота резонанса равна  $\omega = \frac{1}{\sqrt{(L_f + L_k)C}}$  и при стремлении

размеров контура к нулю частота резонанса  $\omega = \frac{1}{\sqrt{(L_f + L_k)C}} \xrightarrow{l \to 0} \frac{1}{\sqrt{L_kC}}$ 

стремится к некоторой константе, как и резонансная длина волны рассеянного света  $\lambda \to 2\pi \sqrt{L_k C}$ . В результате резонанс в видимой области света можно получить на наноантение, размеры которой гораздо меньше длины волны видимого света.

При изменении только одного параметра наноантенны — толщины наноантенны h, и стремлении этого параметра к нулю, электрическая емкость и фарадеевская индуктивность наноантенны почти не изменяются, а добавка к индуктивности за счет кинетической энергии электронов возрастает  $a^2m = 1$ 

 $L_k = V \frac{c^2 m_e}{n_e e^2 S^2} \sim \frac{1}{h}$ , так как  $V \sim h$  и  $S \sim h$ . В результате с уменьшением толщины

наноантенны, как это рассмотрено на слайде рис.12, уменьшается частота резонанса и увеличивается длина волны резонансного рассеяния света.

Обсудим следующий слайд презентации на рис.13.



Рис.13.

Ось симметрии наноантенны, проходящая параллельно коротким сторонам прямоугольника наноантенны (через центр наноантенны), повернута вместе с самой наноантенной на угол  $\alpha = 30^0$  относительно напряженности электрического поля световой волны. В таком случае зависимость сечения рассеяния

 $\sigma = \sigma_{||}\cos^2(\alpha) + \sigma_{\perp}\sin^2(\alpha)$ 

от длины волны света представляет собой сумму двух графиков с коэффициентами  $\cos^2(\alpha) = \frac{3}{4}$  и  $\sin^2(\alpha) = \frac{1}{4}$ , соответствующих зависимостей с поляризацией падающей волны направленной вдоль короткой стороны наноантенны и вдоль длинной стороны.

квадратных черных точек, соответствующий Рассмотрим график наноантенне с размерами 100\*350 нм. Правый резонанс с центром  $\lambda = 1.9 \, \text{мкм}$ соответствует основной моде  $\lambda_{i01}$  с токами, направленными вдоль длинной стороны наноантенны. Эти токи возбуждаются поляризацией света с направлением электрического поля вдоль длинной стороны наноантенны,  $\sin^2(\alpha) = \frac{1}{4}$ . Большая ширина (длина для этой поляризации света) наноантенны соответствует большой длине волны резонанса. При увеличении ширины наноантенны в два раза от 350 нм до 700 нм резонансная длина стоячей волны токов также увеличивается в два раза, а длина волны рассеянного света пропорционально от 1.95 мкм 3.3 мкм. увеличивается почти ДО Как обсуждалось световой строгой выше, для длины волны нет пропорциональности линейному размеру наноантенны, так как скорость распространения волн плотности тока зависит от частоты возбуждающего их света.

Левая пара резонансов для наноантенны 100\*350 нм соответствует модам  $\lambda_{j11}$  и  $\lambda_{j10}$  с токами, направленными вдоль короткой стороны наноантенны. Эти токи возбуждаются поляризацией света с направлением электрического поля вдоль короткой стороны наноантенны,  $\cos^2(\alpha) = \frac{3}{4}$ . Природа этих резонансов подробно обсуждалась выше при анализе рис.8 и рис.9. При увеличении вдвое длины наноантенны (короткой стороны) от 100 нм до 200 нм пара рассматриваемых резонансов 0.8 мкм и 0.9 мкм сдвигается вправо до 0.9 мкм и 1.2 мкм. Для нового соотношения длины и ширины наноантенны (увеличение отношения  $\frac{l}{d}$ ) с учетом  $\lambda_{jm_xm_y} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m_x}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_y}{d}\right)^2}}$  левый

резонанс  $\lambda_{j11}$  имеет малую амплитуду и сильнее сдвинут в сторону коротких длин волн в соответствии с формулой

$$\frac{\lambda_{j11}}{\lambda_{j10}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{l}\right)^2 + \left(\frac{1}{d}\right)^2}}}{\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{l}\right)^2 + \left(\frac{0}{d}\right)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}}.$$

Изменение вдвое другого размера наноантенны (от 350 нм до 700 нм) почти не изменяет положения этой пары резонансов, изменяя только соотношение их амплитуд. Аналогично мало сдвигается самый правый резонанс, ответственный за длинную сторону наноантенны, при изменении вдвое короткой стороны от 100 нм до 200 нм.

Обсудим еще один слайд презентации, изображенный на рис.14.



Рис.14.

Здесь из шести изображений правая пара относится к уже обсуждавшимся резонансам.

Обсудим теперь левую пару изображений для наноантенны в форме буквы 'T'.

Высокий резонанс на верхнем изображении слайда соответствует антисимметричной моде на рия.15.



Рис.15.

Высокий резонанс на нижнем изображении слайда соответствует симметричной моде на рис.16. Соответственно, резонансная длина волны на нижнем изображении слайда больше, чем на верхнем изображении.

Пара малых резонансов слева



Рис.16.

Длина пути тока симметричной моды рис.16 (с учетом поворота в верхнюю перекладину буквы 'Т') больше длины пути тока антисимметричной моды рис.15.

Пара малых резонансов в левой части верхнего и нижнего изображений соответствует паре резонансов подробно обсуждавшихся ранее в комментариях к рис.5-9.

Для верхнего изображения — это токи на рис. 17.



Рис.17.

Для нижнего изображения — это токи на рис.18.





Наконец, на центральном нижнем изображении слайда на рис.14 приведены данные рассеяния света на наноантенне в форме креста, состоящего из двух взаимно ортогональных прямоугольников. У наноантенны такой формы есть четыре плоскости симметрии, изображенные на рис.19.



Рис.19.

Рассмотрим, например, симметричные моды относительно плоскости симметрии, проходящей через ось Ү.

На рис.20 приведены токи моды, ответственной за высокий резонанс справа,



Рис.20.

а пара малых резонансов слева создается токами, изображенными на рис.21.



Рис.21.

аналогично резонансам обсуждавшихся ранее в комментариях к рис.5-9. Для поля и токов, направленных вдоль плоскости симметрии, которая проходит по оси X на рис.19, новых резонансов появиться не может, так как оси X и Y полностью равноправны для наноантенны рассматриваемой формы. Для поля и токов, направленных по биссектрисе осей X и Y, резонансы должны представлять собой (и представляют) сумму резонансов с коэффициентами  $\frac{1}{2}$ для поля по оси X и для поля по оси Y, как это обсуждалось в комментариях к слайду на рис.1. Соответственно, при повороте наноантенны на 45<sup>0</sup> картина рассеяния полностью сохраняется.

## Метаматериалы.

Метаматериал состоит из метаатомов. Метаатом — элементарная ячейка метаматериала. Метаатом — это некоторая конструкция, которая гораздо больше размера атомов, но заметно меньше длины волны электромагнитного поля, с которым рассматривается взаимодействие метаатома.

Волновое уравнение  $\Delta \tilde{\vec{E}} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{\vec{E}}}{\partial t^2} = 0$  имеет решение в виде плоских

монохроматических волн:

$$\tilde{\vec{E}}(t,\vec{r}) = \tilde{\vec{E}}_0 e^{i\left(\left(\vec{k},\vec{r}\right) - \omega t\right)}.$$
(1)

Здесь  $k = \frac{\omega}{c}n$  — волновое число или длина волнового вектора  $\vec{k}$ , n —

показатель преломления, причем  $n^2 = \varepsilon \mu$ .

При дифференцировании плоской волны (1) по времени или пространственным координатам получается та же волна с некоторым коэффициентом

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\vec{E}}}{\partial t} &= -i\omega \tilde{\vec{E}} ,\\ \frac{\partial \tilde{\vec{E}}}{\partial x} &= ik_x \tilde{\vec{E}} & \frac{\partial \tilde{\vec{E}}}{\partial y} = ik_y \tilde{\vec{E}} & \frac{\partial \tilde{\vec{E}}}{\partial z} = ik_z \tilde{\vec{E}} . \end{aligned}$$

Эти же уравнения справедливы и для магнитного поля. Рассмотрим уравнения Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\left(\tilde{\vec{E}}\right) = -\frac{1}{c}\frac{\partial\tilde{\vec{B}}}{\partial t} \\ \operatorname{rot}\left(\tilde{\vec{H}}\right) = \frac{1}{c}\frac{\partial\tilde{\vec{D}}}{\partial t} \end{cases}$$
 или 
$$\begin{cases} \left[\vec{\nabla},\tilde{\vec{E}}\right] = -\frac{1}{c}\frac{\partial\tilde{\vec{B}}}{\partial t} \\ \left[\vec{\nabla},\tilde{\vec{H}}\right] = \frac{1}{c}\frac{\partial\tilde{\vec{D}}}{\partial t} \end{cases}$$

подставим в них приведенные выше выражения для производных от плоской монохроматической волны и получим:

$$\begin{cases} \left[\vec{k}, \tilde{\vec{E}}\right] = \frac{\omega}{c} \mu \tilde{\vec{H}} \\ \left[\vec{k}, \tilde{\vec{H}}\right] = -\frac{\omega}{c} \varepsilon \tilde{\vec{E}} \end{cases} \qquad \begin{cases} \left[\vec{k}, \vec{E}\right] = \frac{\omega}{c} \mu \vec{H} \\ \left[\vec{k}, \vec{H}\right] = -\frac{\omega}{c} \varepsilon \vec{E} \end{cases} \qquad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{k}, \vec{H} \end{bmatrix} = -\frac{\omega}{c} \varepsilon \vec{E}$$

$$ECHL \int \varepsilon > 0 \qquad \text{TO PERTOPLY} \vec{E} \quad \vec{H} \quad \vec{k} \text{ of particut Interpote Tradition Pertoport}$$

Если  $\begin{cases} c > 0 \\ \mu > 0 \end{cases}$ , то векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  образуют правую тройку векторов, и

волновой вектор  $\vec{k}$  совпадает по направлению с вектором Пойнтинга  $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \begin{bmatrix} \vec{E}, \vec{H} \end{bmatrix}$ . Если же  $\begin{cases} \varepsilon < 0 \\ \mu < 0 \end{cases}$ , то правая часть уравнений (2) поменяет знак, и

вектор  $\vec{k}$  поменяет направление на противоположное и противоположное вектору  $\vec{S}$ . При этом векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  образуют левую тройку векторов, и такие среды называют левыми средами (left-handed materials LHM) в отличие от обычных правых сред, для которых векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  образуют правую тройку векторов (right-handed materials RHM).

Изменение направления вектора  $\vec{k}$  можно рассматривать, как изменение знака показателя преломления в выражении  $k = \frac{\omega}{c}n$ . Тогда  $n = -\sqrt{\varepsilon\mu}$ , и левые среды называют еще средами с отрицательным показателем преломления.

Отрицательный показатель преломления удобен при рассмотрении закона преломления в виде  $n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$ . В соответствии с этим, если свет из воздуха переходит в какую-то среду, то угол преломления для правых и левых сред будет иметь разные знаки. Плоскопараллельная пластинка из левой среды формирует действительное изображение точечного источника, если он расположен достаточно близко к пластинке.



Рис. 1.

Естественных отрицательным преломлением бывает. сред С не Искусственно приготовленная среда может обладать отрицательным преломлением только в узкой области частот. Такая среда состоит из резонаторов, размеры которых меньше длины волны света. Резонаторы могут представлять собой, например, некоторые фигурки из тонкой металлической фольги на плоской подложке. Среда должна состоять из большого числа таких плоскостей.

Резонатор имеет резонансную частоту. Для электрических резонаторов по аналогии с механическим резонансом, например, грузика на пружине справедливо следующее утверждение. При изменении частоты вынуждающей силы в окрестности резонансной частоты сдвиг фазы колебаний относительно вынуждающей силы изменяется на  $\pi$ . Для грузика на низкой частоте колебания совершаются в фазе с вынуждающей силой, а на высокой частоте — в противофазе.

Рассмотрим резонаторы, взаимодействующие с магнитным полем световой волны. Один такой резонатор — это разомкнутое кольцо из металлической фольги. Переменная составляющая магнитного поля перпендикулярная плоскости кольца изменяет поток магнитного поля через контур кольца и вызывает в нем ЭДС индукции в соответствии с законом Фарадея. Кольцо имеет индуктивность, а разрыв кольца имеет емкость.

Резонансная частота  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .



Рис. 2.

Переменный ток в кольце резонатора является источником переменного магнитного поля. Это поле интерферирует с магнитным полем проходящей световой волны. Измененное в результате интерференции магнитное поле означает изменение магнитной проницаемости среды.

Добавка к магнитной проницаемости оказывается разных знаков с двух сторон от резонансной частоты контура. Отрицательная добавка в узкой области частот может превысить единицу, что приведет к отрицательному значению магнитной проницаемости искусственного материала в этой области частот.

Резонатор, эффективно взаимодействующий с электрическим полем световой волны представляет собой прямой отрезок фольги длиной равной половине длины волны в металле.

Добавка к диэлектрической проницаемости оказывается разных знаков с двух сторон от резонансной частоты. Отрицательная добавка в узкой области частот может превысить единицу, что приведет к отрицательному значению диэлектрической проницаемости искусственного материала в этой области частот.

В бегущей световой волне электрическое поле *E* и магнитное поле *H* ортогональны друг другу и направлению световой волны  $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \left[ \vec{E}, \vec{H} \right]$ . Для

ортогональности полей E и H в соответствии с рисунком 2 разомкнутое кольцо резонатора для магнитного поля и полоска фольги для электрического поля могут быть изготовлены в одной плоскости, а световое поле нужно направлять параллельно этой плоскости, но перпендикулярно направлениям полосок фольги. Поляризация вектора E светового поля должна быть направлена вдоль полосок фольги.

Чтобы метаматериал обладал одинаковыми свойствами для любой поляризации света нужно изготовить метаматериал из плоскостей ортогональных друг другу, но параллельных направлению световой волны. Такой метаматериал для микроволнового диапазона представлен на следующем рисунке. Здесь высота структуры примерно равна 1 сантиметру.



Рис. 3.