

Результаты расчетов рассеяния света нанопластиной (продолжение).

С учетом предположения, что толщина нанобалки h очень мала, получаем, что единственное возможное значение m_z равно нулю. Дело в том, что при отличных от нуля значениях m_z резонансная длина волны плотности тока λ_j будет очень мала, как и отличающаяся в большую сторону примерно в два раза длина резонансной световой волны, которая при этом далеко выйдет за пределы диапазона анализируемых длин волн падающего света. Световое поле рассматриваемых частот почти не будет раскачивать соответствующий резонанс токов. Следовательно, для тонкой нанобалки можно считать

$$\lambda_{jm_x m_y} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m_x}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_y}{d}\right)^2}},$$

где длине волны плотности тока приписаны индексы моды m_x и m_y .

На нижеследующем рисунке видны резонансы продольных мод ($m_y = 0$) справа налево: λ_{j10} , λ_{j30} , λ_{j50} и возможно λ_{j70} . Резонанс λ_{j10} имеет самую большую амплитуду.

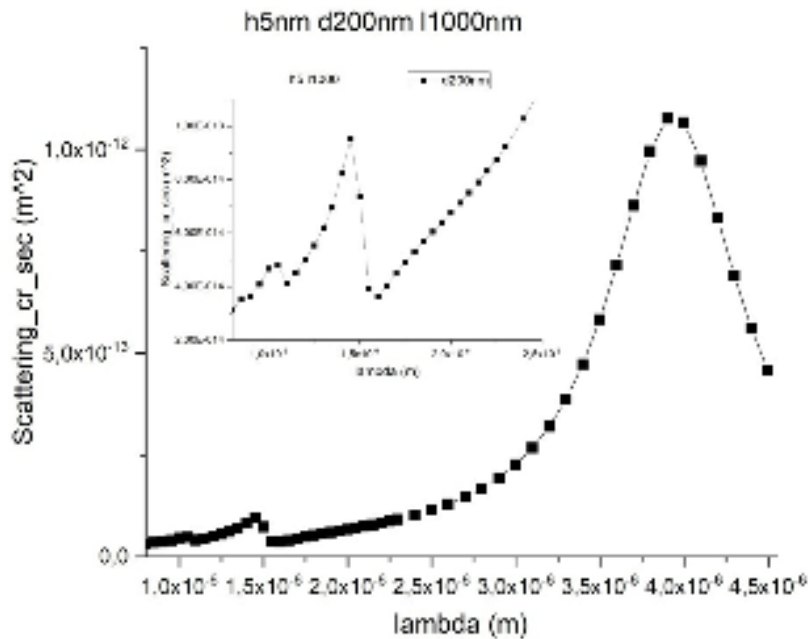


Рис.6.

По горизонтали отложена длина возбуждающей световой волны, которая в этих расчетах оказалась примерно вдвое больше длины волны плотности тока $\lambda_{jm_x 0} = \frac{2l}{m_x}$. По вертикали отложена площадь сечения рассеяния света. В соответствии с симметрией задачи наблюдается возбуждение только нечетных мод.

С учетом $\lambda_{jm_x m_y} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m_x}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_y}{d}\right)^2}}$ рассмотрим отношение

резонансных длин волн плотности тока двух мод:

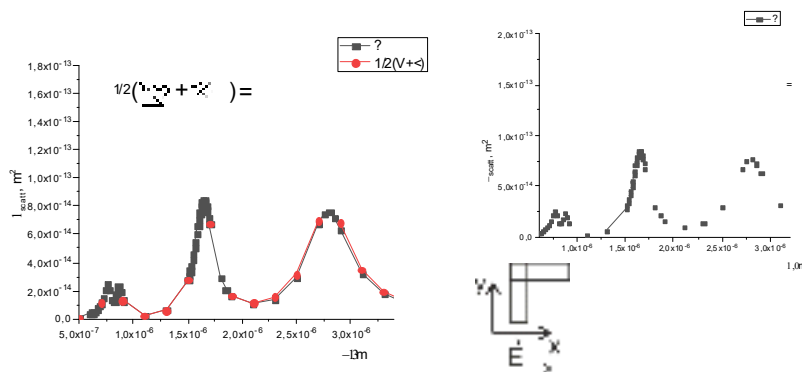
$$\frac{\lambda_{j11}}{\lambda_{j10}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{l}\right)^2 + \left(\frac{1}{d}\right)^2}}}{\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{l}\right)^2 + \left(\frac{0}{d}\right)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}}.$$

В нашем случае плоской наноантенны в форме уголка $\frac{l}{d} = \frac{100 \text{ нм}}{350 \text{ нм}} = \frac{2}{7}$ и

$$\frac{\lambda_{j11}}{\lambda_{j10}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}} \approx 0.96. \text{ В точном расчете в COMSOL отношение длин волн}$$

пары резонансов несколько больше, это левая пара резонансов на рисунке.

Сложение двух задач



Здесь λ_{j10} — резонансная длина стоячей волны плотности тока, в которой первый индекс 1 означает, что по оси X укладывается одна половина периода волны (половина синусоиды) с узлами на правом и левом краю наноантенны, а второй индекс 0 означает, что по оси Y волны нет, и величина плотности тока не зависит от координаты Y . Распределение плотности тока изображено на рис.7.

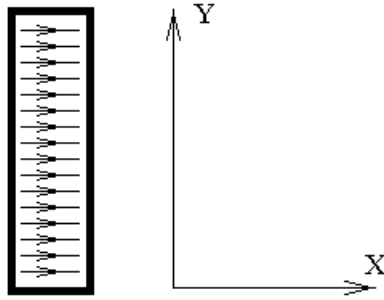


Рис.7.

Стоячую волну плотности тока с индексами 1 и 1 можно представить себе, как результат сложения двух бегущих волн. Направление одной бегущей волны показано на рис.8а. Волна сначала одновременно бежит в положительном направлении осей X и Y, а затем одновременно в отрицательном направлении осей X и Y. Направление второй изображено на рис.8б. Волна одновременно бежит в положительном направлении оси X и отрицательном направлении оси Y. При сложении этих двух волн остается составляющая тока только вдоль оси X. Составляющие тока вдоль оси Y более или менее гасят друг друга в каждой точке nanoантенны.



Рис.8а.



Рис.8б.

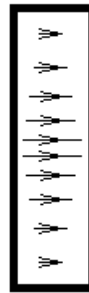


Рис.8в.

λ_{j11} — резонансная длина этой стоячей волны плотности тока, в которой первый индекс 1 означает, что по оси X, как и для волны λ_{j10} , по прежнему укладывается одна половина периода волны (половина синусоиды) с узлами на правом и левом краю nanoантенны, а второй индекс 1 означает, что теперь и по оси Y укладывается одна половина периода волны (половина синусоиды) с узлами на верхнем и нижнем краю nanoантенны.

По расчетам в рассматриваемых нами условиях можно считать, что резонансные световые волны примерно вдвое больше длин волн плотности тока. В таком случае отношение длин резонансных световых волн будет тем же

$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}}$, что и отношение длин волн плотности тока в рассматриваемых

модах λ_{j11} и λ_{j10} . Если ширина нанобалки гораздо меньше длины $d \ll l$, то

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}} \ll 1, \text{ и резонансная длина световой волны } \lambda_{j11} \text{ для моды } 11$$

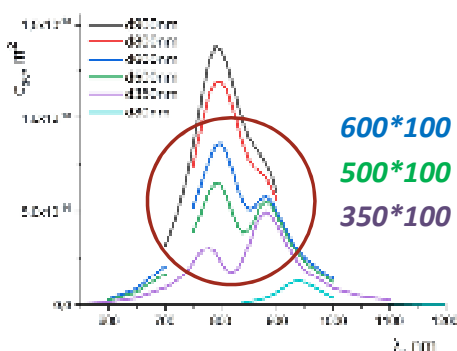
оказывается меньше нижней границы рассматриваемого интервала световых длин волн. Если же, наоборот, ширина нанобалки гораздо больше длины $d \gg l$

$$\text{, то } \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}} \rightarrow 1. \text{ И резонансная длина света } \lambda_{j11} \text{ для моды } 11 \text{ приближается}$$

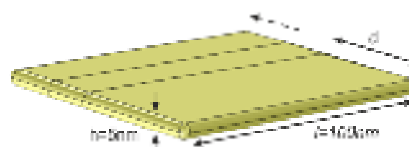
слева к резонансной длине волны λ_{j10} моды 10, что видно на нижеследующем рисунке особенно для кривой отмеченной черными квадратами.

Сечение рассеяния. Резонансы рассеяния.

$$\sigma_{\text{scatt}} = \frac{1}{I_0} \iint [\vec{E} \times \vec{H}] ds \text{ [m}^2\text{]}$$



Зависимость сечения рассеяния на золотой нанопалочке от её ширины d .



При увеличении ширины наночастицы уменьшается резонансная длина волны рассеиваемого света.

Рис.9.

Резонанс λ_{j10} моды 10 при этом относительно медленно движется навстречу справа налево.

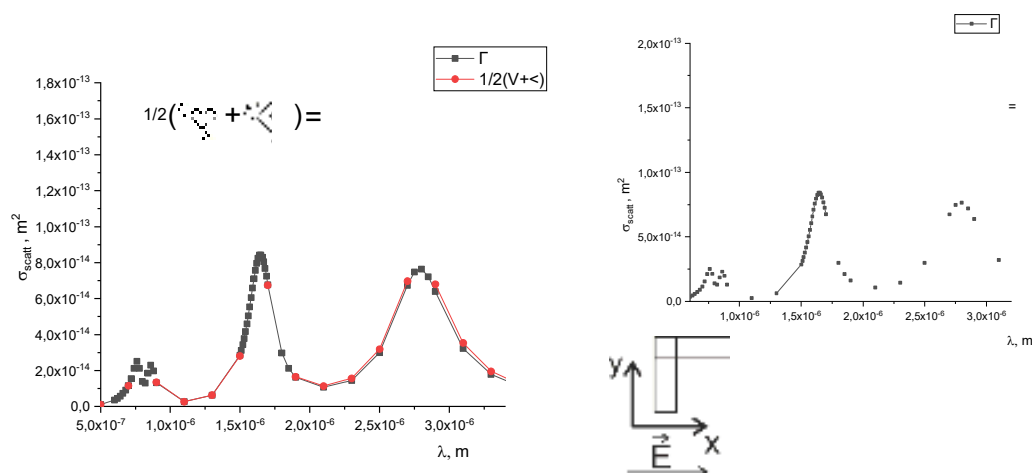


Рис.1.

Чтобы понять природу пары левых резонансов рисунка 1 рассмотрим часть nanoантенны на рис.10.

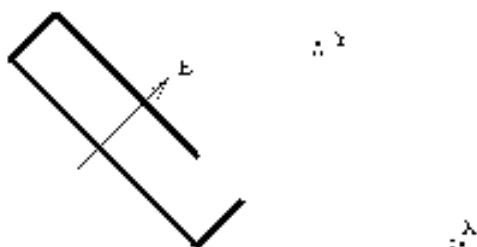
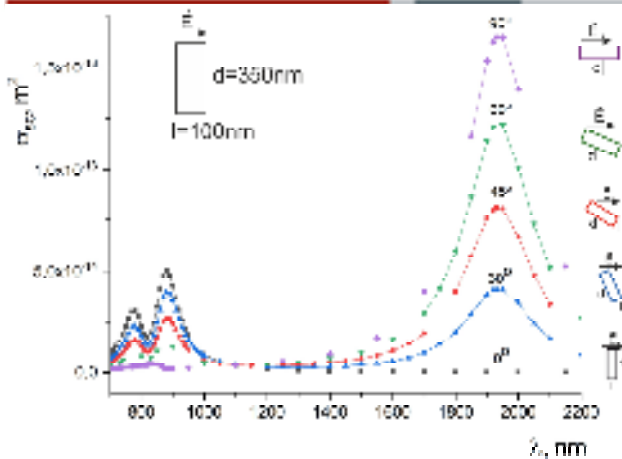


Рис.10.

Если поляризация падающего света направлена по оси X, и возбуждаются антисимметричные моды (полной nanoантенны, а не изображенной части), или если поляризация света направлена по оси Y, и возбуждаются симметричные моды, в любом случае есть составляющая напряженности электрического поля световой волны \vec{E} перпендикулярная длинным сторонам прямоугольной части nanoантенны, как это изображено на рис.10. Эта составляющая поля возбуждает в изображенной на рис.10 прямоугольной части nanoантенны моды, изображенные на рис.7 и рис.8в, которым соответствует пара резонансов обсуждавшаяся в комментариях к рис.9.

Зависимость от угла поворота



Зависимость от угла поворота nanoантенны относительно поляризации падающего поля E . Толщина nanoантенны $h=5\text{nm}$.

$\vec{E} \parallel \square \Rightarrow$ высокий максимум в длинноволновой области;

$\vec{E} \perp \square \Rightarrow$ возникает двугорбый максимум в коротковолновой области,

в длинноволновой области максимум исчезает

Рис.11.

Обсудим теперь еще один слайд презентации рис.12, на котором представлены два резонанса, что и в левой части рис.11.

Зависимость от толщины

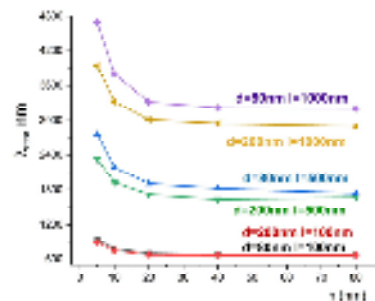
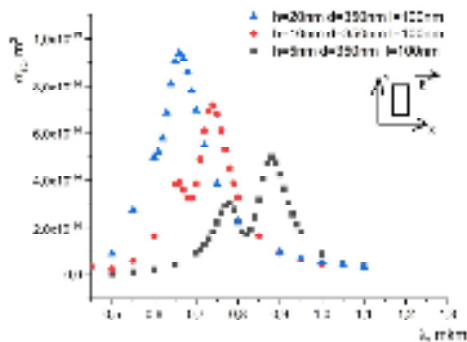
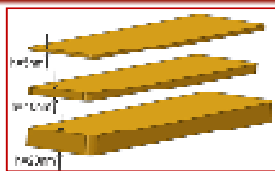


Рис.12.

Здесь на каждой кривой наблюдаются два резонанса. Обсудим, почему при уменьшении толщины nanoантенны резонансы сдвигаются в область больших длин волн.

Для каждого класса мод симметричных и антисимметричных относительно плоскости симметрии есть основная мода с наименьшей частотой

и наибольшей длиной волны. Частоту и ширину резонанса основной моды можно получить, рассматривая наноантенну, как электрический колебательный контур. Подход рассмотрения нанообъекта с электромагнитным полем через рассмотрение эквивалентного колебательного контура развивается в нескольких работах разных авторов [1-3] (модель LCR контура). Резонансная частота $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ контура определяется его индуктивностью L и емкостью C .

Фарадеевская индуктивность определяется тем, что энергия магнитного поля токов равна $\frac{L_f I^2}{2}$, где I — сила тока в резонансной моде. Емкость определяется тем, что энергия электрического поля равна $\frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$, где Q — заряд, как интеграл от силы тока.

В отличие от обычного колебательного контура индуктивность наноантенны, как мера инертности токов, имеет добавку пропорциональную инертной массе покоя электронов, так как магнитной энергии токов $\frac{L_f I^2}{2}$ (Фарадея) нужно добавить кинетическую энергию электронов, участвующих в этих токах. Эта добавка к энергии и индуктивности L_k присутствует и при макроскопических размерах колебательного контура, но для макроскопического контура добавка пренебрежимо мала. При одновременном изменении всех линейных размеров колебательного контура пропорционально некоторому линейному размеру l (фарадеевская) индуктивность контура пропорциональна линейному размеру $L_f \sim l$, электрическая емкость контура $C \sim l$, а добавка к индуктивности, связанная с кинетической энергией электронов, $L_k \sim \frac{1}{l}$. Соответственно, при уменьшении размеров наноантенны добавка к индуктивности, связанная с кинетической энергией электронов, становится все более весомой. Без учета индуктивности, связанной кинетической энергией электронов, частота резонанса $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sim \frac{1}{l}$, а

резонансная длина волны $\lambda = \frac{2\pi}{\omega} \sim l$. С учетом кинетической энергии

электронов частота резонанса равна $\omega = \frac{1}{\sqrt{(L_f + L_k)C}}$ и при стремлении

размеров контура к нулю частота резонанса $\omega = \frac{1}{\sqrt{(L_f + L_k)C}} \xrightarrow{l \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{L_k C}}$

стремится к некоторой константе, как и резонансная длина волны рассеянного света $\lambda \rightarrow 2\pi\sqrt{L_k C}$. В результате резонанс в видимой области света можно

получить на наноантенне, размеры которой гораздо меньше длины волны видимого света.

При изменении только одного параметра наноантенны — толщины наноантенны h , и стремлении этого параметра к нулю, электрическая емкость и фарадеевская индуктивность наноантенны почти не изменяются, а добавка к индуктивности за счет кинетической энергии электронов возрастает

$$L_k = V \frac{c^2 m_e}{n_e e^2 S^2} \sim \frac{1}{h}, \text{ так как } V \sim h \text{ и } S \sim h. \text{ В результате с уменьшением толщины}$$

наноантенны, как это рассмотрено на слайде рис.12, уменьшается частота резонанса и увеличивается длина волны резонансного рассеяния света.

Обсудим следующий слайд презентации на рис.13.

Изменение размеров в 2 раза: 2*d и 2*l

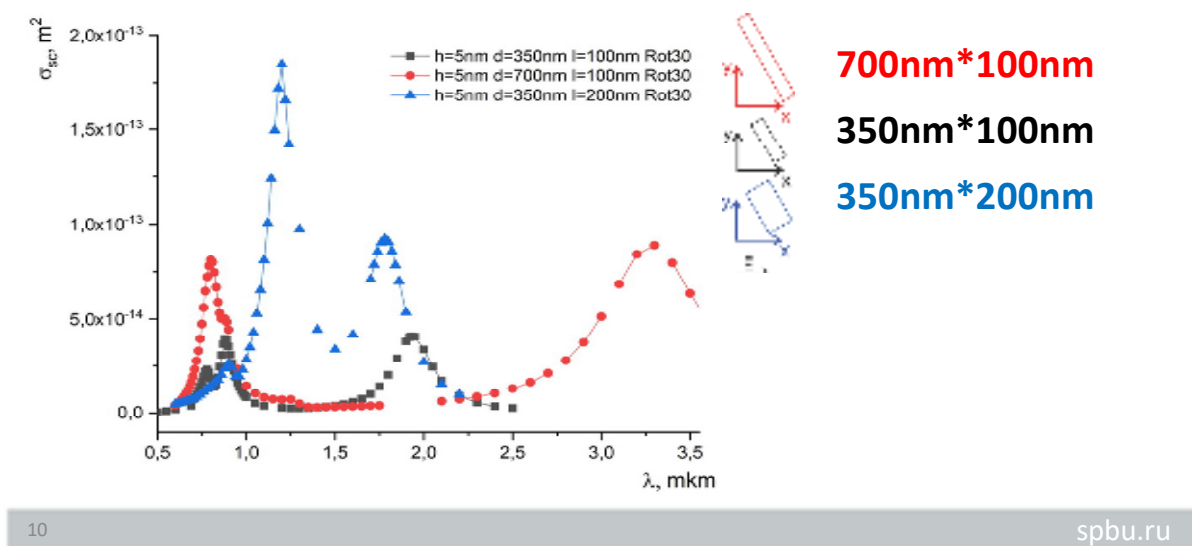


Рис.13.

Ось симметрии наноантенны, проходящая параллельно коротким сторонам прямоугольника наноантенны (через центр наноантенны), повернута вместе с самой наноантенной на угол $\alpha = 30^\circ$ относительно напряженности электрического поля световой волны. В таком случае зависимость сечения рассеяния

$$\sigma = \sigma_{\parallel} \cos^2(\alpha) + \sigma_{\perp} \sin^2(\alpha)$$

от длины волны света представляет собой сумму двух графиков с коэффициентами $\cos^2(\alpha) = \frac{3}{4}$ и $\sin^2(\alpha) = \frac{1}{4}$, соответствующих зависимостей с поляризацией падающей волны направленной вдоль короткой стороны наноантенны и вдоль длинной стороны.

Рассмотрим график квадратных черных точек, соответствующий наноантенне с размерами 100*350 нм. Правый резонанс с центром $\lambda = 1.9 \text{ мкм}$

соответствует основной моде λ_{j01} с токами, направленными вдоль длинной стороны наноантенны. Эти токи возбуждаются поляризацией света с направлением электрического поля вдоль длинной стороны наноантенны, $\sin^2(\alpha) = \frac{1}{4}$. Большая ширина (длина для этой поляризации света) наноантенны соответствует большой длине волны резонанса. При увеличении ширины наноантенны в два раза от 350 нм до 700 нм резонансная длина стоячей волны токов также увеличивается в два раза, а длина волны рассеянного света увеличивается почти пропорционально от 1.95 мкм до 3.3 мкм. Как обсуждалось выше, для длины световой волны нет строгой пропорциональности линейному размеру наноантенны, так как скорость распространения волн плотности тока зависит от частоты возбуждающего их света.

Левая пара резонансов для наноантенны 100*350 нм соответствует модам λ_{j11} и λ_{j10} с токами, направленными вдоль короткой стороны наноантенны. Эти токи возбуждаются поляризацией света с направлением электрического поля вдоль короткой стороны наноантенны, $\cos^2(\alpha) = \frac{3}{4}$. Природа этих резонансов подробно обсуждалась выше при анализе рис.8 и рис.9. При увеличении вдвое длины наноантенны (короткой стороны) от 100 нм до 200 нм пара рассматриваемых резонансов 0.8 мкм и 0.9 мкм сдвигается вправо до 0.9 мкм и 1.2 мкм. Для нового соотношения длины и ширины наноантенны (увеличение отношения $\frac{l}{d}$) с учетом $\lambda_{jm_x m_y} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m_x}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_y}{d}\right)^2}}$ левый

резонанс λ_{j11} имеет малую амплитуду и сильнее сдвинут в сторону коротких длин волн в соответствии с формулой

$$\frac{\lambda_{j11}}{\lambda_{j10}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{l}\right)^2 + \left(\frac{1}{d}\right)^2}}}{\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{l}\right)^2 + \left(\frac{0}{d}\right)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}}.$$

Изменение вдвое другого размера наноантенны (от 350 нм до 700 нм) почти не изменяет положения этой пары резонансов, изменяя только соотношение их амплитуд. Аналогично мало сдвигается самый правый резонанс, ответственный за длинную сторону наноантенны, при изменении вдвое короткой стороны от 100 нм до 200 нм.

Обсудим еще один слайд презентации, изображенный на рис.14.

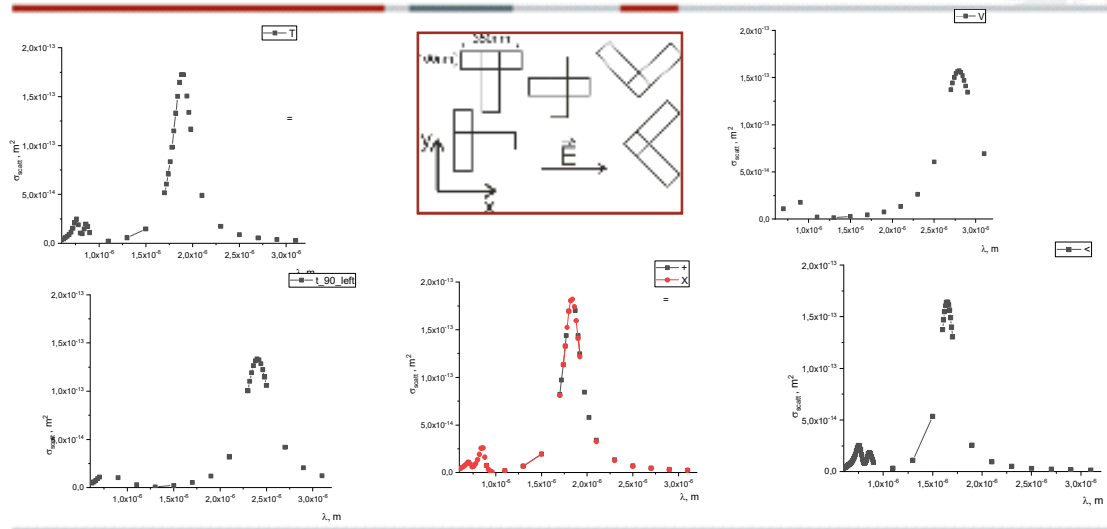


Рис.14.

Здесь из шести изображений правая пара относится к уже обсуждавшимся резонансам.

Обсудим теперь левую пару изображений для nanoантенны в форме буквы 'T'.

Высокий резонанс на верхнем изображении слайда соответствует антисимметричной моде на рис.15.

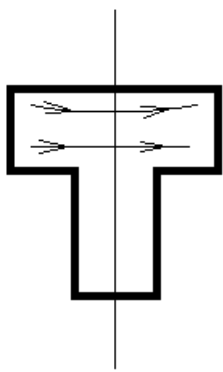


Рис.15.

Высокий резонанс на нижнем изображении слайда соответствует симметричной моде на рис.16. Соответственно, резонансная длина волны на нижнем изображении слайда больше, чем на верхнем изображении.

Пара малых резонансов слева

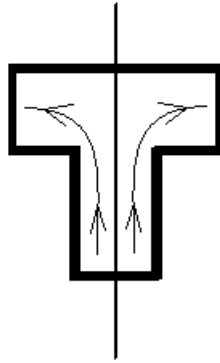


Рис.16.

Длина пути тока симметричной моды рис.16 (с учетом поворота в верхнюю перекладину буквы 'Т') больше длины пути тока антисимметричной моды рис.15.

Пара малых резонансов в левой части верхнего и нижнего изображений соответствует паре резонансов подробно обсуждавшихся ранее в комментариях к рис.5-9.

Для верхнего изображения — это токи на рис. 17.

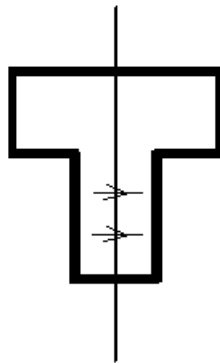


Рис.17.

Для нижнего изображения — это токи на рис.18.

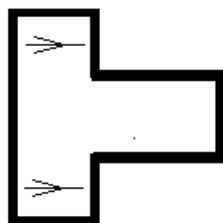


Рис.18.

Наконец, на центральном нижнем изображении слайда на рис.14 приведены данные рассеяния света на наномантене в форме креста, состоящего из двух взаимно ортогональных прямоугольников. У наномантены такой формы есть четыре плоскости симметрии, изображенные на рис.19.

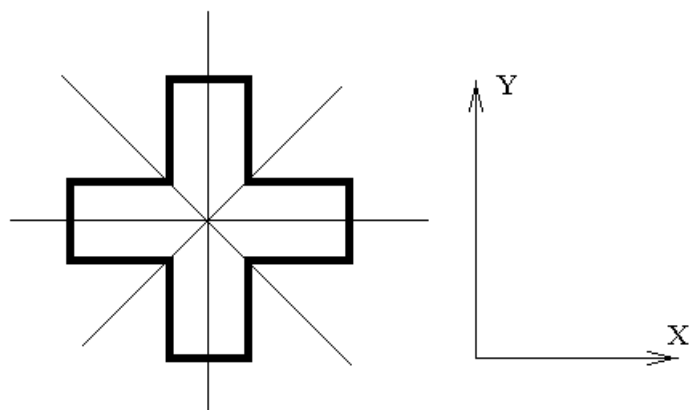


Рис.19.

Рассмотрим, например, симметричные моды относительно плоскости симметрии, проходящей через ось Y .

На рис.20 приведены токи моды, ответственной за высокий резонанс справа,

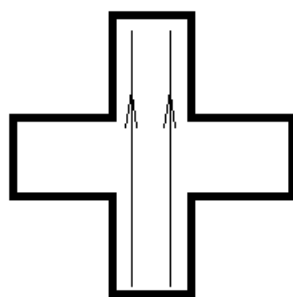


Рис.20.

а пара малых резонансов слева создается токами, изображенными на рис.21.

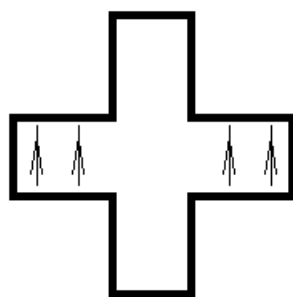


Рис.21.

аналогично резонансам обсуждавшихся ранее в комментариях к рис.5-9.

Для поля и токов, направленных вдоль плоскости симметрии, которая проходит по оси X на рис.19, новых резонансов появиться не может, так как оси X и Y полностью равноправны для nanoантенны рассматриваемой формы. Для поля и токов, направленных по биссектрисе осей X и Y, резонансы должны представлять собой (и представляют) сумму резонансов с коэффициентами $\frac{1}{2}$ для поля по оси X и для поля по оси Y, как это обсуждалось в комментариях к слайду на рис.1. Соответственно, при повороте nanoантенны на 45° картина рассеяния полностью сохраняется.

Метаматериалы.

Метаматериал состоит из метаатомов. Метаатом — элементарная ячейка метаматериала. Метаатом — это некоторая конструкция, которая гораздо больше размера атомов, но заметно меньше длины волны электромагнитного поля, с которым рассматривается взаимодействие метаатома.

Волновое уравнение $\Delta \tilde{E} - \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} = 0$ имеет решение в виде плоских монохроматических волн:

$$\tilde{E}(t, \vec{r}) = \tilde{E}_0 e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t)}. \quad (1)$$

Здесь $k = \frac{\omega}{c} n$ — волновое число или длина волнового вектора \vec{k} , n — показатель преломления, причем $n^2 = \epsilon\mu$.

При дифференцировании плоской волны (1) по времени или пространственным координатам получается та же волна с некоторым коэффициентом

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} &= -i\omega \tilde{E}, \\ \frac{\partial \tilde{E}}{\partial x} &= ik_x \tilde{E} & \frac{\partial \tilde{E}}{\partial y} &= ik_y \tilde{E} & \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} &= ik_z \tilde{E}. \end{aligned}$$

Эти же уравнения справедливы и для магнитного поля.

Рассмотрим уравнения Максвелла:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{rot}(\tilde{E}) &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial t} \\ \text{rot}(\tilde{H}) &= \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} \end{aligned} \right. \text{ или } \left\{ \begin{aligned} [\vec{\nabla}, \tilde{E}] &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial t} \\ [\vec{\nabla}, \tilde{H}] &= \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} \end{aligned} \right.$$

подставим в них приведенные выше выражения для производных от плоской монохроматической волны и получим:

$$\left\{ \begin{aligned} \left[\vec{k}, \vec{E} \right] &= \frac{\omega}{c} \mu \vec{H} \\ \left[\vec{k}, \vec{H} \right] &= -\frac{\omega}{c} \varepsilon \vec{E} \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} \left[\vec{k}, \vec{E} \right] &= \frac{\omega}{c} \mu \vec{H} \\ \left[\vec{k}, \vec{H} \right] &= -\frac{\omega}{c} \varepsilon \vec{E} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Если $\begin{cases} \varepsilon > 0 \\ \mu > 0 \end{cases}$, то векторы \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} образуют правую тройку векторов, и

волновой вектор \vec{k} совпадает по направлению с вектором Пойнтинга $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$. Если же $\begin{cases} \varepsilon < 0 \\ \mu < 0 \end{cases}$, то правая часть уравнений (2) поменяет знак, и

вектор \vec{k} поменяет направление на противоположное и противоположное вектору \vec{S} . При этом векторы \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} образуют левую тройку векторов, и такие среды называют левыми средами (left-handed materials LHM) в отличие от обычных правых сред, для которых векторы \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} образуют правую тройку векторов (right-handed materials RHM).

Изменение направления вектора \vec{k} можно рассматривать, как изменение знака показателя преломления в выражении $k = \frac{\omega}{c} n$, так как $\vec{k} \uparrow \downarrow \vec{S}$. Тогда $n = -\sqrt{\varepsilon\mu}$, и левые среды называют еще средами с отрицательным показателем преломления.

Отрицательный показатель преломления удобен при рассмотрении закона преломления в виде $n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$. В соответствии с этим, если свет из воздуха переходит в какую-то среду, то угол преломления для правых и левых сред будет иметь разные знаки. Плоскопараллельная пластинка из левой среды формирует действительное изображение точечного источника, если он расположен достаточно близко к пластинке.

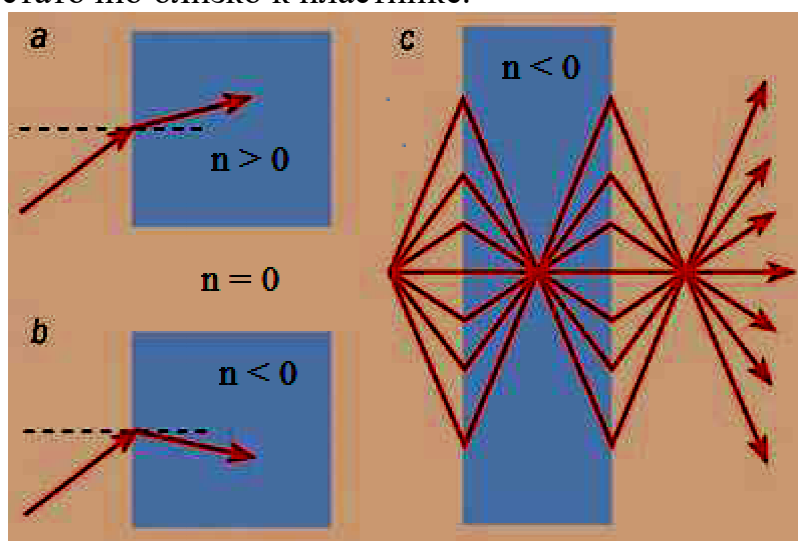


Рис. 1.

Естественных сред с отрицательным преломлением не бывает. Искусственно приготовленная среда может обладать отрицательным

преломлением только в узкой области частот. Такая среда состоит из резонаторов, размеры которых меньше длины волны света. Резонаторы могут представлять собой, например, некоторые фигурки из тонкой металлической фольги на плоской подложке. Среда должна состоять из большого числа таких плоскостей.

Резонатор имеет резонансную частоту. Для электрических резонаторов по аналогии с механическим резонансом, например, грузика на пружине справедливо следующее утверждение. При изменении частоты вынуждающей силы в окрестности резонансной частоты сдвиг фазы колебаний относительно вынуждающей силы изменяется на π . Для грузика на низкой частоте колебания совершаются в фазе с вынуждающей силой, а на высокой частоте — в противофазе.

Рассмотрим резонаторы, взаимодействующие с магнитным полем световой волны. Один такой резонатор — это разомкнутое кольцо из металлической фольги. Переменная составляющая магнитного поля перпендикулярная плоскости кольца изменяет поток магнитного поля через контур кольца и вызывает в нем ЭДС индукции в соответствии с законом Фарадея. Кольцо имеет индуктивность, а разрыв кольца имеет емкость.

Резонансная частота $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

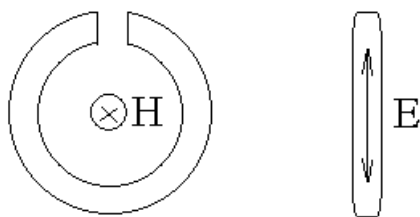


Рис. 2.

Переменный ток в кольце резонатора является источником переменного магнитного поля. Это поле интерферирует с магнитным полем проходящей световой волны. Измененное в результате интерференции магнитное поле означает изменение магнитной проницаемости среды.

Добавка к магнитной проницаемости оказывается разных знаков с двух сторон от резонансной частоты контура. Отрицательная добавка в узкой области частот может превысить единицу, что приведет к отрицательному значению магнитной проницаемости искусственного материала в этой области частот.

Резонатор, эффективно взаимодействующий с электрическим полем световой волны представляет собой прямой отрезок фольги длиной равной половине длины волны в металле.

Добавка к диэлектрической проницаемости оказывается разных знаков с двух сторон от резонансной частоты. Отрицательная добавка в узкой области частот может превысить единицу, что приведет к отрицательному значению диэлектрической проницаемости искусственного материала в этой области частот.

В бегущей световой волне электрическое поле E и магнитное поле H ортогональны друг другу и направлению световой волны $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}]$. Для ортогональности полей E и H в соответствии с рисунком 2 разомкнутое кольцо резонатора для магнитного поля и полоска фольги для электрического поля могут быть изготовлены в одной плоскости, а световое поле нужно направлять параллельно этой плоскости, но перпендикулярно направлениям полосок фольги. Поляризация вектора E светового поля должна быть направлена вдоль полосок фольги.

Чтобы метаматериал обладал одинаковыми свойствами для любой поляризации света нужно изготовить метаматериал из плоскостей ортогональных друг другу, но параллельных направлению световой волны. Такой метаматериал для микроволнового диапазона представлен на следующем рисунке. Здесь высота структуры примерно равна 1 сантиметру.



Рис. 3.