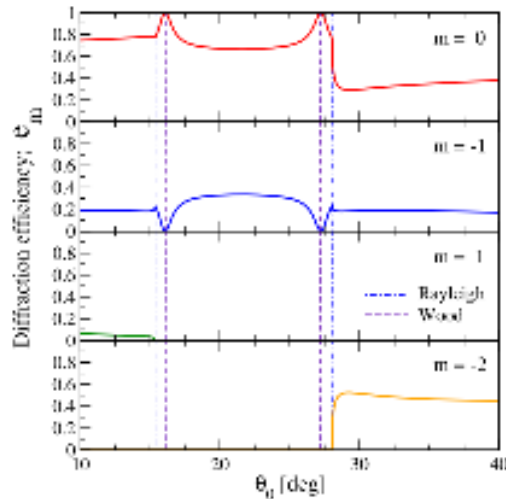


### Аномалии Рэля и Вуда.

Другой способ получения поверхностной волны — порядок дифракции, стелящийся по поверхности дифракционной решетки.

При этом условии в других дифракционных максимумах зависимость мощности от угла падения света на решетку имеет особенности в виде аномалий Вуда и аномалий Рэля. На рисунке ниже изображены экспериментальные зависимости мощности волн отраженных от металлической решетки в разных порядках дифракции в зависимости от угла падения света.



A.A. Maradudin, I. Simonsen, J. Polanco and R.M. Fitzgerald. Rayleigh and Wood anomalies in the diffraction of light from a perfectly conducting reflection grating. Journal of Optics. 2016. V.18. Paper 024004. P.1-10.

Более широкие аномалии Вуда связаны с поверхностным плазмоном на периодической металлической поверхности. В резонансе Вуда возбуждается поверхностная волна на металлической отражающей дифракционной решетке, когда имеется почти скользящий дифракционный максимум. Форма резонанса Вуда зависит от частоты и затухания поверхностной плазмонно-поляритонной волны на неровной металлической поверхности решетки.

Асимметричная узкая форма аномалий Рэля объясняется резонансами Фано.

Первоначально резонансы Фано наблюдались в спектрах поглощения благородных газов, но нам будет удобнее объяснить резонансы Фано на примере двух слабосвязанных маятников с разными резонансными частотами.

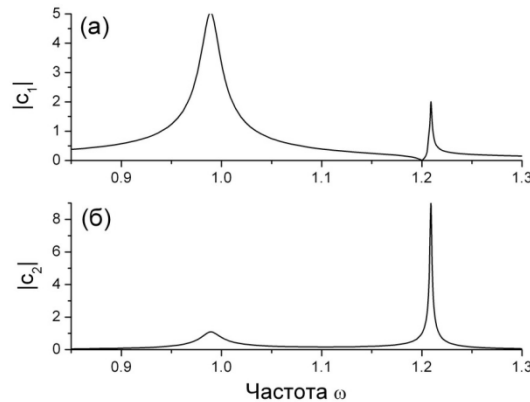
Представьте себе два маятника (осциллятора), которые могут совершать колебания в одной и той же плоскости, и которые соединены очень слабой пружиной.

Пусть есть два слабо связанных осциллятора. Раскачиваем первый осциллятор.

$$\ddot{x} + \gamma_1 \dot{x} + \omega_1^2 x + hy = f_0 e^{i\omega t}$$

$$\ddot{y} + \gamma_2 \dot{y} + \omega_2^2 y + hx = 0$$

На следующем рисунке максимум слева соответствует резонансной частоте первого осциллятора, максимум справа соответствует резонансной частоте второго осциллятора.



На верхнем графике изображена зависимость амплитуды первого осциллятора от частоты вынуждающей силы, раскачивающей первый осциллятор.

$$c_1 = x_0 = f_0 \frac{\omega^2 - \omega_2^2 - i\omega\gamma_2}{(\omega_1^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_1) \cdot (\omega^2 - \omega_2^2 - i\omega\gamma_2) + h^2}$$

На нижнем графике изображена зависимость амплитуды второго осциллятора от частоты раскачивания первого осциллятора.

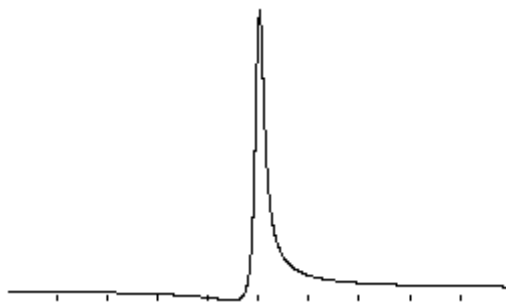
$$c_2 = y_0 = f_0 \frac{h}{(\omega_1^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_1) \cdot (\omega^2 - \omega_2^2 - i\omega\gamma_2) + h^2}$$

Правый верхний резонанс — резонанс Фано. Его асимметричная форма связана с тем, что есть два интерферирующих канала (механизма) раскачивания первого осциллятора. Первый канал — раскачивающая внешняя сила. Второй канал состоит в том, что раскачивание первого осциллятора частично передается второму осциллятору, что особенно заметно на резонансной частоте второго осциллятора, и уже второй осциллятор раскачивает обратно первый осциллятор. Эти два канала вычитаются друг из друга на какой-то частоте близкой к резонансу второго осциллятора, и амплитуда колебаний первого осциллятора проходит через ноль.

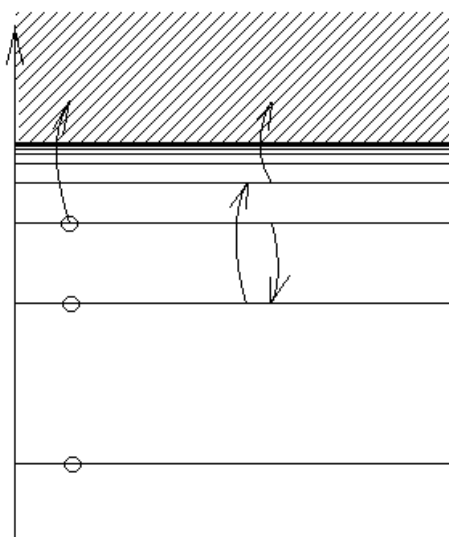
В механизме раскачивания второго осциллятора нет двух каналов, поэтому в зависимости амплитуды второго осциллятора от частоты нет асимметричного резонанса Фано.

Первоначально резонансы Фано наблюдались в спектрах поглощения благородных газов. Объясним теперь асимметричную форму экспериментально наблюдаемого резонанса в спектре поглощения.

Компьютерный расчет формы резонанса Фано



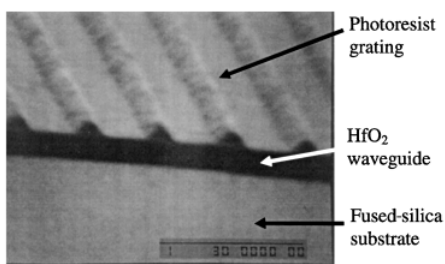
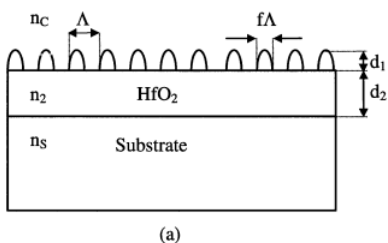
Механизм формирования резонанса Фано в спектре поглощения.



В резонансе Рэля интерферируют отраженная волна и волна дифрагирующая вдоль поверхности дифракционной решетки, а затем дифрагирующая в направлении сразу отраженной волны. Аномалии Рэля — это резонансы Фано в мощности отраженного дифракционной решеткой света, как функции от угла падения света на решетку.

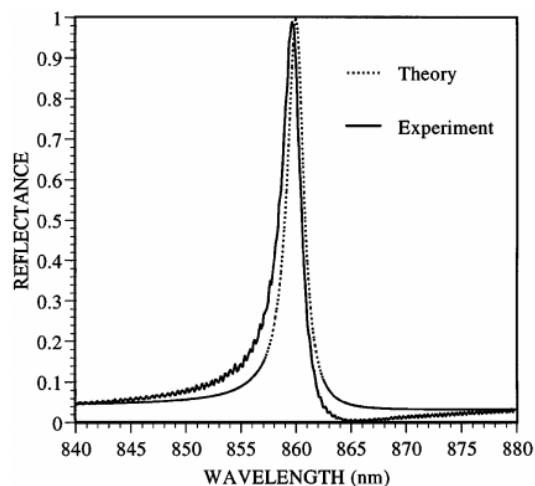
**Guided-mode resonance GMR в субволновой дифракционной решетке.**

Z. S. Liu, S. Tibuleac, D. Shin, P. P. Young, and R. Magnusson. “High-efficiency guided-mode resonance filter”. Opt. Lett. 1998. V.23, P.1556–1558.



Изменяя угол падения света можно изменить частоту резонанса в отражении света.

При нормальном падении света

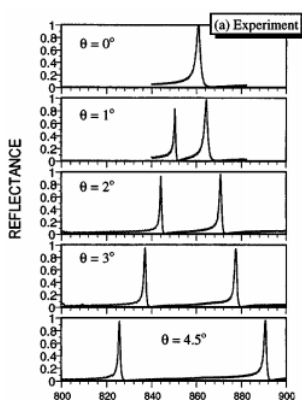


(b)

на образец наблюдается резонансное (guided-mode resonance GMR — волноводный резонанс) 98% отражение света 860нм (теоретически 100%) в спектральной полосе с полушириной 2.2 нм. Вдали от резонанса отражение структуры 5%.

Образец представляет собой тонкий слой окиси гафния  $\text{HfO}_2$  с высоким показателем преломления  $n = 1.95$  на подложке из пористого кремния (fused-silica). Сверху слоя окиси гафния голографически нанесена решетка из фоторезиста, но шаг решетки меньше, чем необходимый для появления хотя бы первого порядка дифракции. Дифракционных порядков в отраженном свете нет (zero-order diffraction regime), но есть в прошедшем в окись гафния свете. Высокое отражение наноструктуры возникает благодаря тому, что в тонком слое окиси гафния, как в волноводе, возбуждается волна. Эта волна входит в слой окиси гафния через штрихи фоторезиста в направлении дифракционного максимума и, отражаясь от двух границ волноводного слоя, может оказаться в фазе с волной, которая только входит в слой окиси гафния. Это спектрально узкий резонанс.

Через периодически расположенный фоторезист излучение входит в волноводный слой и выходит из него (из слоя окиси гафния) обратно вверх и интерферирует со светом отраженным от верхней границы наноструктуры. При



интерференции образуется спектрально узкий асимметричный резонанс Фано. Весь свет, идущий по волноводу, обязан вернуться обратно вверх. Поэтому в резонансе коэффициент отражения достигает 100%. Вне резонанса свет в волноводе не накапливается, а проходит образец насквозь.

При отклонении угла падения света на образец от нулевого значения резонанс раздваивается на (+1) и (-1) порядок дифракции в окиси гафния. Плоскость падения света перпендикулярна штрихам, поляризация света находится в плоскости падения —  $p$  поляризация.

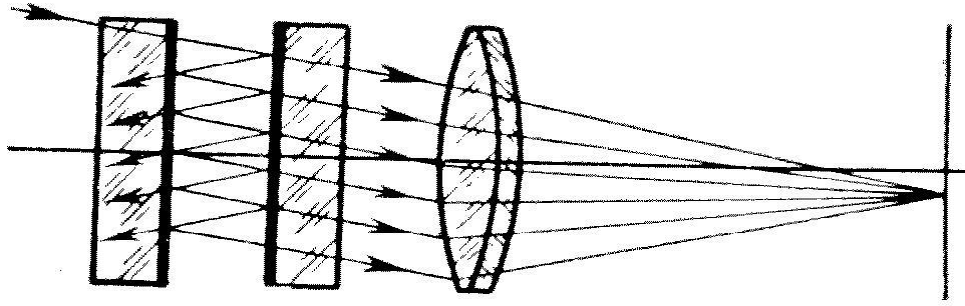
### Интерферометр Фабри — Перо.

Чтобы объяснить резонанс в волноводном слое субволновой дифракционной решетки рассмотрим интерферометр Фабри — Перо.

В интерферометре Фабри — Перо наблюдается многолучевая интерференция.

Интерферометр Фабри — Перо — это лазер без усиливающей свет среды, когда остаются только два зеркала.

Зеркала в общем случае сферические, но мы рассмотрим только простейший интерферометр Фабри — Перо с двумя плоскими зеркалами и рассмотрим его очень коротко.



Пусть снаружи на интерферометр нормально падает плоская монохроматическая волна света. Каждое из зеркал имеет высокий амплитудный коэффициент отражения  $r_1$  и  $r_2$  и небольшой амплитудный коэффициент пропускания  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . Расстояние  $L$  между зеркалами заполнено средой с показателем преломления  $n$ .

Рассмотрим амплитуду световой волны, проходящей через интерферометр. Световая волна будет многократно проходить пространство между зеркалами, каждый раз отражаясь от одного из двух зеркал. Каждый раз волна, падающая на зеркало, будет частично проходить сквозь него. Амплитуда волны на выходе из интерферометра  $\tilde{E}_{0_{вых}}$  представляет собой бесконечный ряд амплитуд вышедших сквозь только второе зеркало световых волн:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{0_{вых}} = & \tilde{E}_{0_{ex}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \tau_2} + \tilde{E}_{0_{ex}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_2} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_1} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \tau_2} + \\ & + \tilde{E}_{0_{ex}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_2} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_1} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_2} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} r_1} e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \tau_2} + \dots \end{aligned}$$

здесь  $\tilde{E}_{0_{ex}}$  — амплитуда падающей на интерферометр волны;

$\tilde{E}_{0_{ex}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \tau_2}$  — амплитуда волны, прошедшей интерферометр без отражений;  
 $\Delta = nL$  — оптическая длина пути между зеркалами.

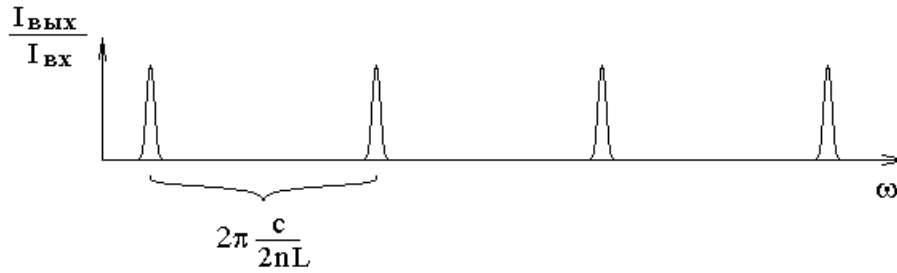
Ряд представляет собой геометрическую прогрессию и легко суммируется:

$$\tilde{E}_{0_{вых}} = \frac{\tilde{E}_{0_{ex}} \tau_1 e^{i2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \tau_2}}{1 - r_1 r_2 e^{4\pi i \frac{\Delta}{\lambda}}}.$$

Интенсивность пропорциональна квадрату модуля комплексной амплитуды:

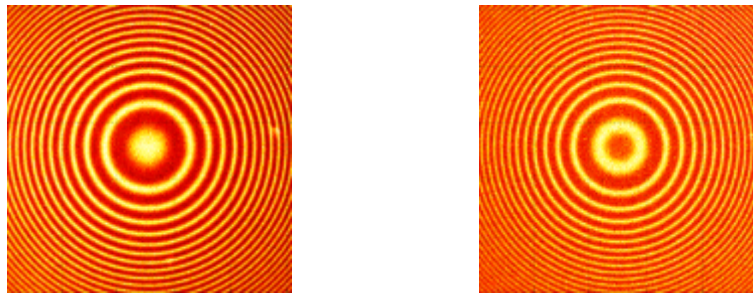
$$I_{вых} = I_{ex} \left| \frac{\tau_1 \tau_2}{1 - r_1 r_2 e^{4\pi i \frac{\Delta}{\lambda}}} \right|^2.$$

График этой зависимости имеет следующий вид:



Чем выше коэффициенты отражения зеркал, тем уже частотные пики пропускания света. В лазере потери зеркал на пропускание компенсируются усилением лазерной среды, и пики становятся бесконечно узкими — это продольные моды излучения лазера.

Заметим, что, если угол  $\alpha$  падения света на интерферометр отличен от нуля, то оптическая разность хода волны, которая не отражается от зеркал, и волны, которая отражается от каждого из зеркал по одному разу, равна  $2\Delta = 2nL \cdot \cos(\alpha)$ , как и при отражении света от плоскопараллельной пластинки, а не  $\frac{2nL}{\cos(\alpha)}$ , как могло бы показаться.

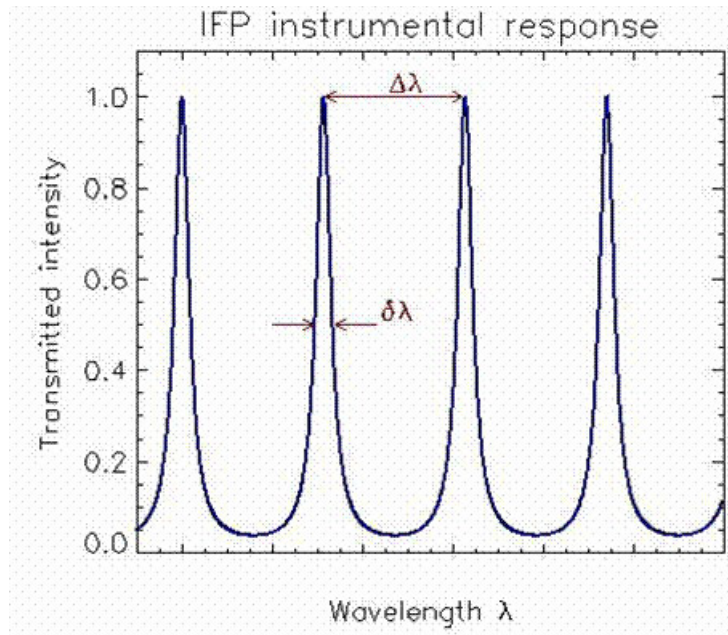


Основными характеристиками интерферометра Фабри-Перо являются интервал свободной дисперсии и резкость.

Интервал свободной дисперсии — это частотное расстояние между пиками пропускания или какой участок спектра можно рассмотреть без наложения пиков пропускания разных порядков:  $\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2L}$ . Если  $n$  — показатель

преломления среды между зеркалами, то  $\Delta\lambda_0 = \frac{\lambda_0^2}{2nL}$ , где  $\lambda_0$  — длина волны

света снаружи от интерферометра. Соответственно  $\Delta\nu = \frac{c}{2nL}$ .

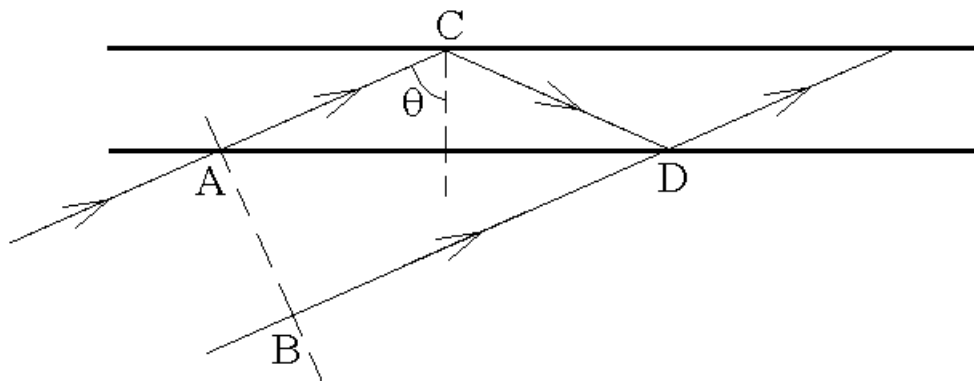


Резкость интерферометра Фабри — Перо  $R$  — это отношение интервала свободной дисперсии  $\Delta\lambda$  к ширине на полувывоте пика пропускания  $\delta\lambda$ .

$R \equiv \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda} \approx \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}$ , где  $r_1$  и  $r_2$  — амплитудные коэффициенты отражения зеркал интерферометра.

**Моды в волноводном слое между двумя параллельными зеркалами.**

Рассмотрим два идеальных параллельных друг другу горизонтально расположенных металлических зеркала. Световая волна после отражения в двух зеркалах должна оказываться в фазе сама с собой.



Разность хода для двух изображенных лучей

$$AC + CD - BD = \frac{2h}{\cos(\theta)} - 2h \cdot \operatorname{tg}(\theta) \cdot \sin(\theta) = 2h \cdot \cos(\theta)$$

соответствует разности хода при отражении света от плоскопараллельной пластинки.

Для волны между зеркалами разность хода должна быть кратна длине волны

$$2h \cdot \cos(\theta) = m\lambda.$$

При отражении от металлического зеркала происходит потеря полуволны, но два таких отражения компенсируют фазовый сдвиг друг друга.

Пространственный период волны  $\lambda$ ,  $\frac{1}{\lambda}$  — пространственная частота,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — циклическая пространственная частота,  $k_z = k \cdot \cos(\theta)$  — циклическая пространственная частота по оси  $Z$  — по вертикали,  $k_z = \frac{2\pi}{\lambda_z}$ , где

$\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos(\theta)}$  — пространственный период по вертикали.

$$2h \cdot \cos(\theta) = m\lambda \quad \Rightarrow \quad h = m \frac{\lambda_z}{2}$$

Между зеркалами должно укладываться целое число пространственных полупериодов волны по вертикали. Этот же результат можно получить из требования  $E_\tau = 0$  на поверхности зеркала. По вертикали между зеркалами образуется стоячая волна.

### Моды металлического волновода прямоугольного сечения.

Обсудим сначала названия поляризаций.

В общем случае:

ТЕ поляризация — вектор  $E$  колеблется перпендикулярно чему-либо, если не понятно чему, то это специально указывается,

ТМ поляризация — вектор  $H$  колеблется перпендикулярно чему-либо, если не понятно чему, то это специально указывается,

ТЕМ поляризация света — векторы  $E$  и  $H$  колеблются перпендикулярно направлению поверхности равной фазы (в однородном изотропном пространстве или в стекловолокне).

Если свет падает на границу раздела сред:

$P$  поляризация — вектор  $E$  колеблется параллельно плоскости падения света (ТМ поляризация),

$S$  поляризация — вектор  $E$  колеблется перпендикулярно плоскости падения света (ТЕ поляризация).

В полом металлическом волноводе прямоугольного сечения:

$E$  волна — есть составляющая вектора  $E$  вдоль оси волновода (ТМ поляризация),

$H$  волна — есть составляющая вектора  $H$  вдоль оси волновода (ТЕ поляризация).



Чтобы понять, какие ограничения накладываются на возможные поверхностные волны в наноструктурах, рассмотрим сначала аналогичные им электромагнитные волны в металлических волноводах. В простейшем случае — это волновод с прямоугольным сечением.

Пусть ось  $Z$  направлена вдоль оси волновода, а оси  $X$  и  $Y$  направлены по сторонам прямоугольника сечения волновода.

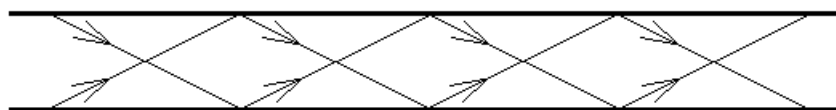
[https://www.youtube.com/watch?v=gxpQ\\_CAyjJQ&list=PLyBWNG-pZKx4T2u5UslLupJ0LSKH9Mm7i&index=14](https://www.youtube.com/watch?v=gxpQ_CAyjJQ&list=PLyBWNG-pZKx4T2u5UslLupJ0LSKH9Mm7i&index=14)  
начиная с 50-й минуты,

<https://studfile.net/preview/2027296/>

На внутренней поверхности волновода должно выполняться граничное условие  $E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0$ . Если поверхность волновода — проводник, то на поверхности проводника  $E_{\tau} = 0$ . По этой причине в волноводе не может распространяться обычная плоская монохроматическая волна вдоль оси волновода (ТЕМ-волна — поперечная по электрическому полю  $\mathbf{E}$  и по магнитному полю  $\mathbf{H}$ ).

Бегущая электромагнитная волна поперечна. Для ТЕМ-волны распространяющейся вдоль оси  $Z$  амплитуда волны в разных точках одинаковая, но на одной поверхности волновода окажется  $E_x = 0$ , а на другой —  $E_y = 0$ . В результате  $E = 0$ , и волна невозможна.

В прямоугольном металлическом волноводе электромагнитные волны распространяются парами, так что их направления зеркально симметричны относительно плоскости симметрии волновода. В результате сложения пары таких волн в волноводе формируется волна как бы стоячая в направлении перпендикулярном оси волновода. Это необходимо для формирования узлов электрического поля  $E_{\tau} = 0$  на проводящей поверхности волновода. Суммарная волна только частично поперечна относительно оси волновода.



Если волна имеет составляющую поля  $E_z$  вдоль оси волновода, то такая волна называется  $E$  волной. Если волна имеет составляющую поля  $H_z$  вдоль оси волновода, то такая волна называется  $H$  волной. Эти названия тем более оправданы, что составляющие электромагнитного поля поперечные оси волновода, могут быть выражены через продольные составляющие.

Волны в волноводе в каждый момент времени имеют гармоническую зависимость поля  $E$  и поля  $H$  от каждой из трех пространственных координат. Вдоль каждой из поперечных координат укладывается целое число

гармонических полупериодов. Соответственно, волны  $E$  и  $H$  имеют пару поперечных индексов моды. Например, волна  $H_{12}$  имеет составляющую поля  $H_z$  вдоль оси волновода, и для каждой составляющей поля  $E$  и поля  $H$  укладывается один полупериод по оси  $X$  и два полупериода по оси  $Y$ .

Пусть по оси  $X$  волновод имеет протяженность от нуля до  $a$ , а по оси  $Y$  — от нуля до  $b$ . Введем обозначения  $k_x = m \frac{\pi}{a}$  — пространственная циклическая частота по оси  $X$  с учетом того, что по оси  $X$  от нуля до  $a$  укладывается целое число  $m$  полупериодов. Аналогично —  $k_y = n \frac{\pi}{b}$ . Будем считать, что  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ , где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число.

$E$  волна имеет следующий вид

$$E_{zmn} = E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_{xmn} = -i \frac{k_x k_z}{k^2 - k_z^2} E_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_{ymn} = -i \frac{k_y k_z}{k^2 - k_z^2} E_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$H_{zmn} = 0$$

$$H_{xmn} = i \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{k_y k_z}{k^2 - k_z^2} E_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$H_{ymn} = -i \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{k_x k_z}{k^2 - k_z^2} E_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$H$  волна имеет следующий вид

$$H_{zmn} = H_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$H_{xmn} = i \frac{k_x k_z}{k^2 - k_z^2} H_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$H_{ymn} = i \frac{k_y k_z}{k^2 - k_z^2} H_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_{zmn} = 0$$

$$E_{xmn} = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{k_y k_z}{k^2 - k_z^2} H_0 \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_{ymn} = -i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{k_x k_z}{k^2 - k_z^2} H_0 \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

Эти формулы можно получить, решая уравнение Гельмгольца методом разделения переменных в декартовой системе координат с учетом граничных условий  $E_\tau = 0$ .

Наинишая мода  $H_{10}$  определяет то, что между стенками волновода должна укладываться по крайней мере половина длины волны. То есть слишком длинные волны не могут распространяться в волноводе. В стекловолокне возможно распространение полностью продольной  $TEM$  моды.

### Моды в волноводном слое диэлектрика с высоким показателем преломления.

Рассмотрим теперь вместо пары параллельных металлических зеркал тонкий слой диэлектрика с высоким показателем преломления  $n_2$  между двумя диэлектриками с показателями преломления  $n_1 < n_2$  и  $n_3 < n_2$ . В таком слое возможно полное внутреннее отражение на обеих границах слоя. При этом в слое диэлектрика с высоким показателем преломления будет распространяться волна очень похожая на волну между двумя идеально проводящими зеркалами. Отличие будет вызвано тем, что при отражении от проводящего зеркала происходит потеря полуволны, а при полном внутреннем отражении происходит фазовый сдвиг, величина которого зависит от поляризации волны и угла падения волны на границу диэлектрика.

По формулам Френеля комплексный амплитудный коэффициент отражения при полном внутреннем отражении света при попытке выйти из среды 2 в среду 1 для поляризации в плоскости падения

$$r_{\parallel} = \frac{n_1 \cos(\alpha) - in_2 \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} \sin(\alpha)\right)^2 - 1}}{n_1 \cos(\alpha) + in_2 \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} \sin(\alpha)\right)^2 - 1}}$$

и для поляризации ортогональной плоскости падения

$$r_{\perp} = \frac{n_2 \cos(\alpha) - in_1 \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} \sin(\alpha)\right)^2 - 1}}{n_2 \cos(\alpha) + in_1 \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} \sin(\alpha)\right)^2 - 1}},$$

Этим коэффициентам отражения соответствует отрицательное отставание по фазе отраженной волны относительно падающей волны

$$\delta\varphi_{\parallel 21} = \arctg \frac{\text{Im}(r_{\parallel 21})}{\text{Re}(r_{\parallel 21})} = -2 \cdot \arctg \left\{ \frac{n_2}{n_1} \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \text{tg}(\alpha) \right)^2 - \text{tg}^2(\alpha) - 1} \right\}$$

и

$$\delta\varphi_{\perp 21} = \arctg \frac{\text{Im}(r_{\perp 21})}{\text{Re}(r_{\perp 21})} = -2 \cdot \arctg \left\{ \frac{n_1}{n_2} \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \text{tg}(\alpha) \right)^2 - \text{tg}^2(\alpha) - 1} \right\},$$

где  $n_2 > n_1$ .

Аналогичные формулы справедливы на границе среды 2 и среды 3 с точностью до замены  $n_1$  на  $n_3$ .

Возьмем равенство (3), умножим его на  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  и получим

$$2hn_2k_0 \cos(\alpha) = 2\pi m$$

с учетом того, что в среде с показателем преломления  $n_2$  волновое число равно  $n_2k$ , где  $k$  — волновое число в вакууме и переобозначен угол падения света на границу раздела сред  $\alpha = \theta$ .

Здесь в левой части равенства — набег фазы для волны, которая из некоторой исходной точки прошла по вертикали путь  $2h$  и испытала два отражения от идеальных зеркал. В диэлектрическом слое с полным внутренним отражением на верхней и нижней границе слоя получим

$$2hn_2k_0 \cos(\alpha) + \delta\varphi_{21} + \delta\varphi_{23} = 2\pi m, \quad (4)$$

где  $\delta\varphi_{21}$  и  $\delta\varphi_{23}$  будут различаться для поляризации света в плоскости падения  $\delta\varphi_{21} = \delta\varphi_{\parallel 21}$  и поляризации перпендикулярной плоскости падения  $\delta\varphi_{21} = \delta\varphi_{\perp 21}$ .

Уравнение (4) рассматривают, как уравнение для определения дисперсии волны в тонком диэлектрическом слое. Дисперсия — это зависимость фазовой скорости волны  $V$  от частоты. Часто вместо фазовой скорости рассматривают зависимость волнового числа  $k = \frac{\omega}{V}$  от частоты  $\omega$ . Для волны в тонком горизонтальном диэлектрическом слое горизонтальная скорость движения фазы определяется горизонтальной составляющей волнового вектора

$$k_{эфф} = n_2k_0 \sin(\alpha) = n_2 \frac{\omega}{c} \sin(\alpha). \quad (5)$$

Уравнение (4) перепишем в виде

$$2hn_2 \frac{\omega}{c} \cos(\alpha) + \delta\varphi_{21} + \delta\varphi_{23} = 2\pi m \quad (6)$$

и будем рассматривать это уравнение, как уравнение, которое задает зависимость  $\alpha$  от  $\omega$  с учетом того, что  $\delta\varphi_{21}$  и  $\delta\varphi_{23}$  зависят от  $\alpha$ . Проще всего рассчитать из (6) график зависимости  $\omega$  от  $\alpha$

$$\omega = \frac{c(2\pi m - \delta\varphi_{21} - \delta\varphi_{23})}{2hn_2 \cos(\alpha)},$$

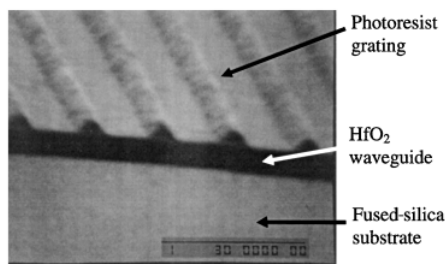
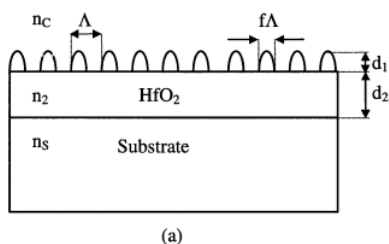
а затем отразить график от гипотенузы между осями X и Y. Будем считать, что мы получили зависимость  $\alpha(\omega)$  и подставили ее в (5). Тогда уравнение

$$k_{эфф}(\omega) = n_2 \frac{\omega}{c} \sin(\alpha(\omega))$$

определяет дисперсию волны  $k_{эфф}(\omega)$ .

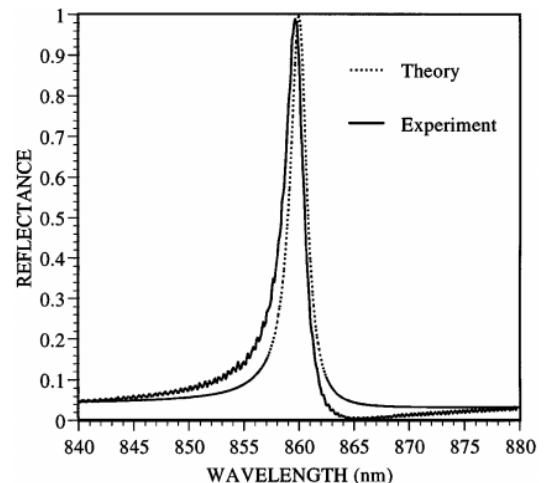
### Guided-mode resonance GMR в субволновой дифракционной решетке.

Z. S. Liu, S. Tibuleac, D. Shin, P. P. Young, and R. Magnusson. "High-efficiency guided-mode resonance filter". Opt. Lett. 1998. V.23, P.1556–1558.



Изменяя угол падения света можно изменить частоту резонанса в отражении света.

При нормальном падении света на образец наблюдается

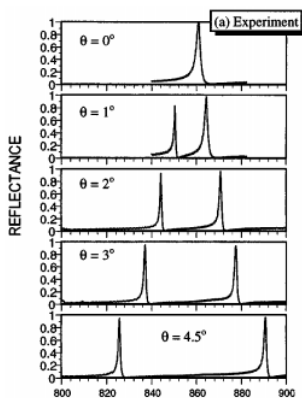


резонансное (guided-mode resonance GMR — волноводный резонанс) 98% отражение света 860нм (теоретически 100%) в спектральной полосе с полушириной 2.2 нм. Вдали от резонанса отражение структуры 5%.

Образец представляет собой тонкий слой окиси гафния  $\text{HfO}_2$  с высоким показателем преломления  $n = 1.95$  на подложке из пористого кремния (fused-silica). Сверху слоя окиси гафния голографически нанесена решетка из фоторезиста, но шаг решетки меньше, чем необходимый для появления хотя бы первого порядка дифракции. Дифракционных порядков в отраженном свете нет (zero-order diffraction regime), но есть в прошедшем в окись гафния свете. Высокое отражение наноструктуры возникает благодаря тому, что в тонком

слое окиси гафния, как в волноводе, возбуждается волна. Эта волна входит в слой окиси гафния через штрихи фоторезиста в направлении дифракционного максимума и, отражаясь от двух границ волноводного слоя, может оказаться в фазе с волной, которая только входит в слой окиси гафния. Это спектрально узкий резонанс.

Через периодически расположенный фоторезист излучение входит в волноводный слой и выходит из него (из слоя окиси гафния) обратно вверх и интерферирует со светом отраженным от верхней границы наноструктуры. При



интерференции образуется спектрально узкий асимметричный резонанс Фано. Весь свет, идущий по волноводу, обязан вернуться обратно вверх. Поэтому в резонансе коэффициент отражения достигает 100%. Вне резонанса свет в волноводе не накапливается, а проходит образец насквозь.

При отклонении угла падения света на образец от нулевого значения резонанс раздваивается на (+1) и (-1) порядок дифракции в окиси гафния. Плоскость падения света перпендикулярна штрихам, поляризация света находится в плоскости падения —  $p$  поляризация.