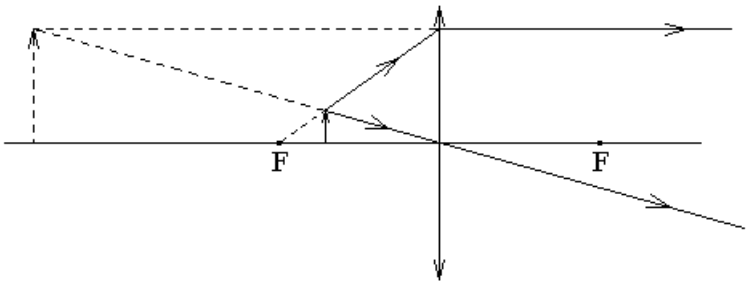
Экзамен. Лупа. Увеличение лупы.

Лупа — это собирающая линза, предназначенная для получения увеличенного мнимого изображения предмета.

Обычно лупа имеет оптическую силу больше четырех диоптрий $\Phi > 4$. Одна диоптрия равна одному обратному метру 1 дптр = 1 $м^{-1}$.

Для получения увеличенного мнимого изображения предмет нужно расположить рядом с передним фокусом линзы и чуть ближе к линзе, чем расположен сам фокус.



Пусть положение предмета стремится к фокусу со стороны линзы, тогда мнимое изображение предмета становится очень большим, но расположено оно очень далеко. При этом угловой размер изображения стремится к константе.

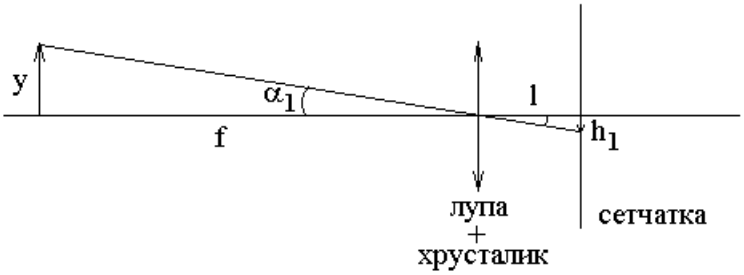
Увеличенное мнимое изображение находится далеко, поэтому его видимый глазом угловой размер не зависит от расстояния между линзой и глазом. По мере приближения глаза к линзе меняется только угол обзора. Чем ближе глаз расположен к лупе, тем шире обзор.

Увеличением лупы называется отношение размеров изображения предмета на сетчатке глаза в двух разных опытах. Первый опыт — наблюдение предмета через лупу, когда предмет находится в фокальной плоскости лупы. Второй опыт — наблюдение предмета без лупы, когда предмет находится на расстоянии 25 см от глаза — оптимальном расстоянии для рассматривания предмета глазом. Если расстояние от предмета до глаза меньше 25 см, то считается, что способности к аккомодации здорового глаза может не хватить для получения резкого изображения предмета на сетчатке глаза.

В первом случае при рассмотрении предмета через лупу увеличение не зависит от расстояния между лупой и глазом, поэтому для простоты будем считать, что глаз расположен вплотную к лупе.

Для анализа увеличения лупы будем для простоты рассуждений считать, что лупа вместе с хрусталиком глаза образуют одну тонкую линзу, с двух сторон от которой находится вакуум.

Рассмотрим луч, который проходит через центр линзы.



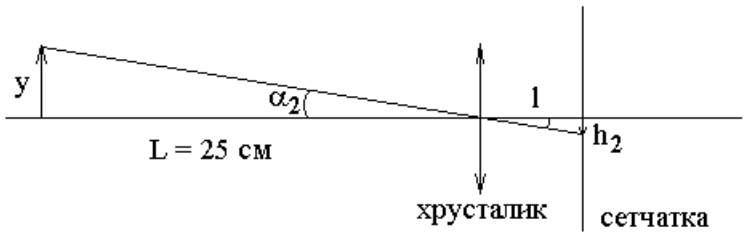
Как видно из рисунка, линейный размер изображения $h_1 = l\alpha_1$ на сетчатке глаза зависит только от углового размера α_1 рассматриваемого предмета, здесь l — расстояние от хрусталика до сетчатки.

Для анализа увеличения лупы нас интересует случай, когда рассматриваемый предмет находится в фокусе лупы, как это изображено на рисунке. Тогда

$$\alpha_1 = \frac{y}{f}$$

Предмет расположен в фокальной плоскости лупы. При этом глаз аккомодирован на бесконечность, так как свет от точечного источника, расположенного в фокальной плоскости лупы, после лупы идет параллельным пучком лучей, а параллельный пучок лучей дает точечное изображение на сетчатке глаза, если глаз аккомодирован на бесконечность.

Обсудим теперь рассмотрение предмета без лупы. Для анализа величины изображения на сетчатке глаза удобно рассмотреть луч, проходящий через центр линзы хрусталика глаза.



Здесь $\alpha_2 = \frac{y}{L}$ — угловой размер предмета.

Отношение размеров $\frac{h_1}{h_2}$ изображений предмета на сетчатке в двух опытах равно отношению угловых размеров $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$, так как $h_1 = l\alpha_1$ и $h_2 = l\alpha_2$, где l — расстояние от хрусталика до сетчатки. Тогда

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{y}{f}}{\frac{y}{L}} = \frac{L}{f}$, где L=25 см, f — фокусное расстояние лупы.

Следовательно, увеличение лупы:

$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{25см}{f} = \frac{\Phi}{4дптр}$, где f — фокусное расстояние в сантиметрах, Φ — оптическая сила в диоптриях.

Для примера рассмотрим лупу, на оправе которой имеется надпись "*2.5". Надпись означает, что увеличение лупы равно $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ = 2.5. Фокусное расстояние

такой лупы $f = \frac{25см}{2.5} = 10см = 0.1м$, а оптическая сила лупы $\Phi = 2.5 \times 4дптр = 10дптр$.

Экзамен. Окуляр.

Окуляр, как и лупа, дает увеличенное мнимое изображение предмета.

В отличие от лупы окуляр всегда располагают вплотную к глазу, поэтому нет смысла делать диаметр линзы окуляра гораздо больше диаметра зрачка глаза. Следовательно, основное отличие окуляра от лупы — это маленький диаметр линзы.

Максимальный диаметр зрачка глаза примерно равен 5 мм.

Экзамен. Подзорная труба или телескоп. Подзорная труба Кеплера. Подзорная труба Галилея.

Телескоп предназначен для рассматривания удаленных объектов. Если предмет находится очень далеко, то его изображение окажется в фокальной плоскости линзы.

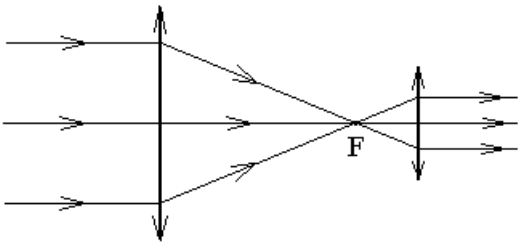
Простейший телескоп — это одна линза и экран в ее фокальной плоскости. Линзу называют объективом телескопа. В качестве экрана в фокальной плоскости объектива можно поместить фотопластинку или матрицу фотодиодов, как в современном фотоаппарате.

Можно не ставить экран в фокальной плоскости объектива, а рассмотреть изображение, полученное в фокальной плоскости объектива с помощью другой линзы — окуляра. Иначе такая конструкция телескопа называется подзорной трубой. Заметим, что изображение предмета в линзе объектива нельзя рассматривать сбоку, то есть окуляр должен быть расположен по ходу лучей, прошедших объектив.

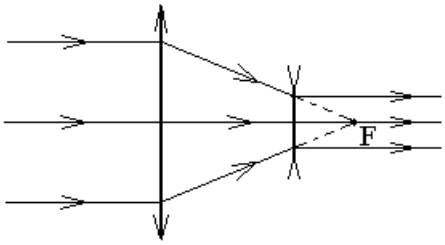
Будем считать, что глаз аккомодирован на бесконечность, тогда хрусталик глаза собирает параллельный пучок лучей в точку изображения на сетчатке глаза. Чтобы на хрусталик падал параллельный пучок лучей, нужно, чтобы рассматриваемый в окуляре предмет находился в фокальной плоскости окуляра. Предметом, рассматриваемым в окуляре, является изображение, полученное в фокальной плоскости объектива. Следовательно, объектив и окуляр имеют общий фокус.

В результате, подзорная труба — это пара линз с общим фокусом.

Подзорная труба Кеплера:



Подзорная труба Галилея:



Вторая линза подзорной трубы Галилея — это рассеивающая линза с отрицательным фокусным расстоянием и отрицательной оптической силой.

Труба Кеплера переворачивает изображение, труба Галилея — нет.

В следующем вопросе мы покажем, что во сколько раз подзорная труба сжимает диаметр параллельного пучка лучей, во столько же раз подзорная труба увеличивает изображение.

Экзамен. Угловое увеличение телескопа.

Рассмотрим увеличение телескопа на примере трубы Кеплера.

Размер изображения предмета на сетчатке глаза пропорционален угловому размеру предмета, как это было показано в вопросе о лупе. Тогда увеличение телескопа равно увеличению углового размера рассматриваемого предмета, то есть равно отношению угловых размеров предмета при рассмотрении через телескоп и при рассмотрении глазом без телескопа.

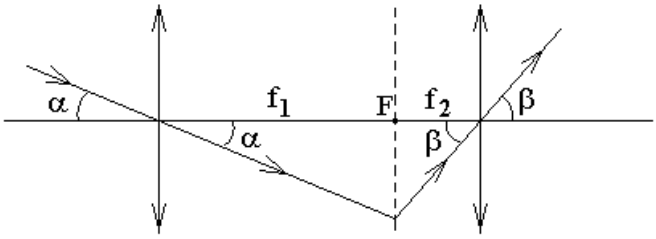
Рассмотрим удаленный на бесконечность предмет, у которого нижний край находится точно на оптической оси системы, а верхний край находится в направлении, которое составляет малый угол α с оптической осью системы.

В таком случае предмет без телескопа виден под углом α.

Посмотрим на предмет через подзорную трубу. Луч, идущий от нижнего края предмета, проходит вдоль оптической оси. Луч, идущий от верхнего края предмета, приходит к объективу телескопа под углом α к оптической оси. Найдем угол β между этим лучом и оптической осью на выходе из телескопа. Угловое увеличение телескопа будет равно отношению $\frac{\beta}{\alpha}$.

Предмет, рассматриваемый в телескоп, находится очень далеко, поэтому лучи идущие от верхнего края предмета приходят к объективу телескопа почти параллельным пучком лучей. Этот пучок лучей собирается в фокальной плоскости объектива в точку изображения. Лучи, выходящие из этой точки в разных направлениях, после линзы окуляра снова пойдут почти параллельным пучком лучей, но под другим углом к оптической оси.

Рассмотрим луч, который проходит через центр первой линзы (объектива).



Этот луч проходит через центр объектива без изменения направления. Изображение удаленного предмета образуется в фокальной плоскости в точке ее пересечения с рассматриваемым лучом. Все лучи, выходящие из точки изображения, пойдут после второй линзы (окуляра) параллельным пучком, так как изображение предмета в объективе находится в фокальной плоскости окуляра. Чтобы найти угол между этим пучком и оптической осью рассмотрим луч, выходящий из точки изображения и проходящий через центр окуляра. Такой луч можно рассмотреть даже в том случае, если в реальности такого луча нет.

Из рисунка видно, что размер предмета в фокальной плоскости объектива можно найти двумя способами:

$f_1\alpha = f_2\beta$, тогда

$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2}$ — угловое увеличение телескопа, где f_1 — фокусное расстояние объектива, f_2 — фокусное расстояние окуляра.

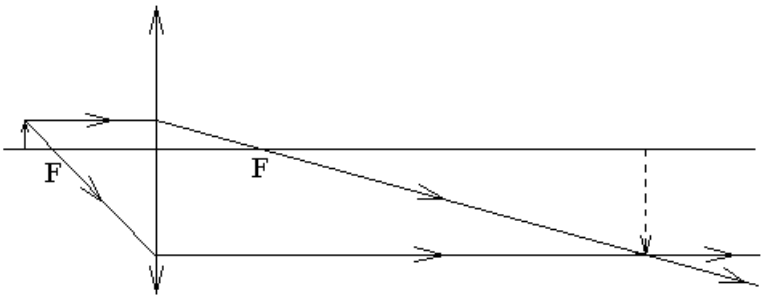
Экзамен. Микроскоп.

Простейший микроскоп, как и простейший телескоп, — это одна линза и экран.

Линзу называют объективом микроскопа.

В отличие от лупы и окуляра, которые дают увеличенное мнимое изображение предмета, микроскоп дает увеличенное действительное изображение.

Для получения увеличенного действительного изображения расстояние от предмета до объектива должно быть чуть больше фокусного расстояния объектива.



В плоскости изображения для наблюдения этого изображения можно поставить экран (или матрицу фотодиодов).

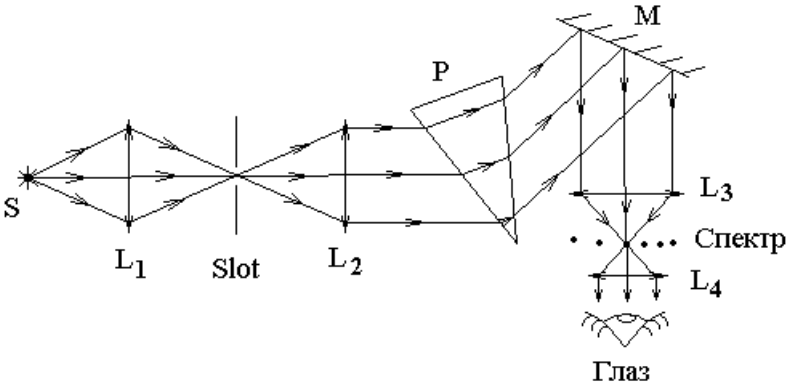
Можно не ставить экран, а рассмотреть увеличенное изображение через вторую линзу — окуляр. Поэтому часто микроскоп представляет собой пару линз объектив и окуляр.

Увеличение микроскопа тем больше, чем ближе предмет расположен к фокусу объектива.

Увеличение микроскопа может быть сколь угодно большим, но разрешающая способность микроскопа ограничена дифракционными явлениями. Нельзя рассмотреть в микроскоп предметы размером меньше длины волны света λ.

Чем больше увеличение объектива, тем меньше яркость увеличенного изображения. Чтобы яркость изображения была не очень мала, сам (не увеличенный) предмет стараются осветить очень сильно.

Экзамен. Призменный спектрометр. Линзы спектрометра: конденсорная, коллиматорная, объектив, окуляр. Нормальная ширина щели. Градуировка спектрометра.



В простейшем варианте призменный спектрометр состоит из следующих расположенных по ходу луча элементов: источник света S, конденсорная линза L_1, входная щель спектрометра $Slot$, коллиматорная линза L_2, призма P, зеркало M, объектив L_3, репер, окуляр L_4.

Обсудим, какими соображениями руководствуются при настройке оптической схемы спектрометра, при юстировке спектрометра.

Положение конденсорной линзы L_1 выбирают так, чтобы она собирала свет источника S (давала изображение источника) на входную щель спектрометра $Slot$.

Положение источника выбирают так, чтобы свет, прошедший через входную щель спектрометра, точно заполнил всю коллиматорную линзу L_2.

Положение коллиматорной линзы L_2 выбирают так, чтобы щель спектрометра была в ее передней фокальной плоскости. Тогда после коллиматорной линзы свет пойдет параллельным пучком лучей (от каждой точки входной щели).

Ориентацию призмы выбирают так, чтобы параллельный пучок внутри призмы пошел примерно параллельно одной из ее граней. Показатель преломления призмы зависит от длины волны, поэтому свет с разными

частотами пойдет внутри призмы в виде параллельных пучков в несколько различных направлениях.

Зеркало поворачивает параллельный пучок лучей той или иной частоты в направлении объектива.

В фокальной плоскости объектива L_3 получаются цветные изображения входной щели спектрометра или спектр источника света. Линии спектра перпендикулярны плоскости рисунка. Для излучения каждой длины волны получается свое цветное изображение входной щели — своя линия спектра.

Поворотом зеркала можно сдвигать спектр относительно репера, расположенного в фокусе объектива. Репером может служить острие, направленное перпендикулярно плоскости рисунка, или крест из тонких нитей или штрихов на прозрачной пластинке.

Окуляр расположен так, чтобы в нем резко был виден репер.

Окуляр вместе с репером перемещают вдоль луча, добиваясь того, чтобы спектр и репер оказались в одной плоскости (перпендикулярной плоскости рисунка). Окончательно совпадение репера с плоскостью спектра проверяют, покачивая головой вправо-влево. Если репер и спектр находятся в разных плоскостях, то при покачиваниях головы спектр смещается относительно репера.

Поворот зеркала перемещает линии спектра относительно репера. Поворот зеркала механически связан с поворотом барабана с делениями. По шкале барабана можно отсчитывать положение каждой линии спектра при ее совпадении с репером.

Градуировка спектрометра состоит в построении градуировочного графика, который представляет собой зависимость длины волны света от показаний барабана, связанного с поворотом зеркала.

Градуировка спектрометра осуществляется по источнику света с заранее известным спектром. В качестве такого источника чаще всего используется ртутная лампа. Дело в том, что спектр ртути содержит редкие и яркие спектральные линии, которые трудно перепутать.

Градуировка состоит из нескольких одинаковых операций. В каждой такой операции поворотом зеркала очередную спектральную линию ртути совмещают с неподвижным репером и записывают показания барабана, связанного с поворотом зеркала. Градуировочный график строится по таблице полученных таким образом данных. По горизонтали графика откладывают показания барабана, по вертикали — длину волны соответствующей спектральной линии ртути. Точки графика соединяют плавной кривой — это и есть градуировочный график спектрометра.

Градуировочный график, построенный по спектру ртути, в дальнейшем используется для определения длин волн любого другого исследуемого источника света. Ртутную разрядную лампу заменяют исследуемым источником света. Для определения длины волны соответствующую спектральную линию поворотом зеркала совмещают с репером. При

совмещении линии и репера снимают показания барабана. По показаниям барабана и градуировочному графику находят длину волны света.

При уменьшении ширины входной щели уменьшается и ширина ее цветных изображений — линий спектра. Дифракция света на коллиматорной линзе и на объективе, как на круглых отверстиях не позволяет получить бесконечно узкие линии спектра и ограничивает спектральное разрешение прибора.

Нормальная ширина щели — это такая ширина, при которой дальнейшее уменьшение ширины щели не приводит к заметному уменьшению ширины линий спектра (ширина линий спектра в корень из двух раз больше минимальной ширины).

Факультативная вставка.

Если вместо репера в фокусе объектива поставить выходную щель, то вместо спектрометра получится другой прибор — монохроматор, прибор для получения монохроматического света.

Обычно в спектрометре нет зеркала связанного с барабаном с делениями. Вместо этого поворотным механизмом оснащена призма. При ее повороте спектр в фокальной плоскости объектива слегка сдвигается.

Вместо призмы и зеркала часто в спектрометре используется отражательная дифракционная решетка. Если решетку сделать вогнутой, то не нужен и объектив.

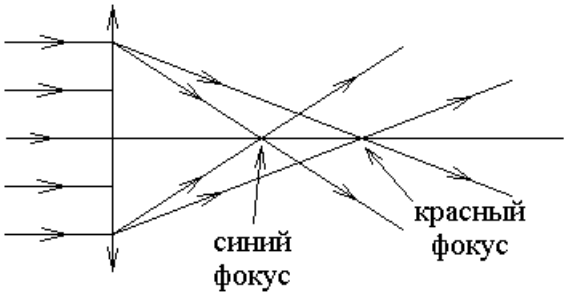
В современных спектрометрах нет поворотных механизмов. Весь спектр одновременно регистрируется на линейке из фотодиодов. Точнее такой прибор называется спектрографом.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Аберрация. Хроматическая и сферическая аберрация, астигматизм, дисторсия, кома.

Термин аберрация происходит от латинского слова aberratio — уклонение. В применении к оптике аберрация — это искажение изображения.

1). Хроматическая аберрация связана с зависимостью показателя преломления от длины волны $n(\lambda)$. Оптическая сила тонкой линзы Φ связана с ее показателем преломления $n(\lambda)$ соотношением $\Phi = \frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$. Следовательно, оптическая сила линзы Φ и ее фокусное расстояние f тоже зависят от длины волны света λ. Эта зависимость проявляется в том, что параллельный пучок лучей белого света собирается в фокусе линзы на разных расстояниях для света разного цвета.



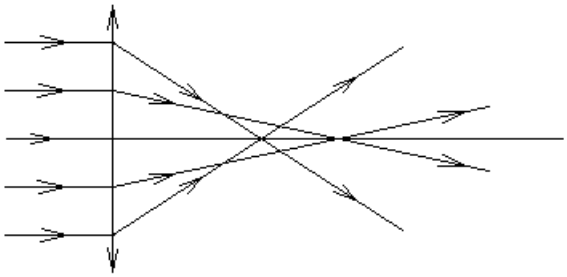
Факультативная вставка.

Есть оптические стекла, дисперсия которых мала. Такое стекло называется крон. Чтобы уменьшить хроматическую аберрацию линзы ее изготавливают из крона. Противоположными свойствами обладает оптическое стекло с большой дисперсией. Такое стекло называется флинт. Флинт используется для изготовления призмы призменного спектрометра.

Дополнительно уменьшить хроматическую аберрацию собирающей линзы из крона можно, если к ней приклеить (или за ней поставить) слабую рассеивающую линзу из флинта.

Конец факультативной вставки.

2). Сферическая аберрация. Участки линзы больше удаленные от оптической оси обладают большей оптической силой и имеют меньшее фокусное расстояние.



Сферическая аберрация тем слабее, чем меньше отношение радиуса линзы к радиусам кривизны сферических поверхностей линзы.

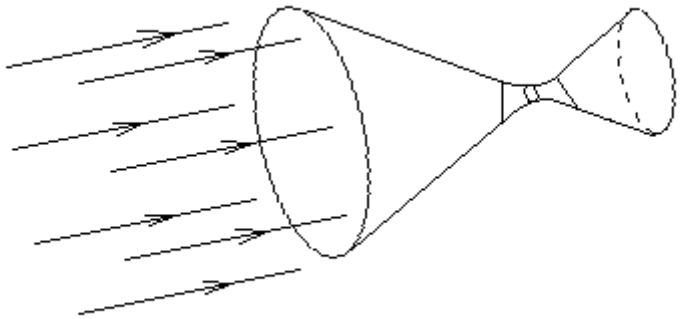
3). Астигматизм.

Стеклянный шар можно рассматривать, как толстую линзу. Стеклянный цилиндр можно рассматривать, как толстую сильно астигматичную линзу. Направим свет перпендикулярно оси цилиндра. Проходя через цилиндр, свет будет собираться в плоскости перпендикулярной оси цилиндра, но не будет собираться в плоскости, проходящей через ось цилиндра.

Астигматичная линза по-разному собирает свет в двух ортогональных плоскостях, проходящих через оптическую ось системы. В этих двух плоскостях астигматичная линза имеет разные оптические силы и соответственно разные фокусные расстояния.

Астигматизм проявляется в том, что пучок лучей, идущий параллельно оптической оси собирается не в одной точке в фокусе. Свет собирается сначала,

например, в вертикальный отрезок, а затем в горизонтальный отрезок, как я это пытался изобразить на рисунке.



Если линзу повернуть вокруг оптической оси на 90^0, то свет наоборот сначала соберется в горизонтальный отрезок, а затем в вертикальный.

4). Дисторсия или бочка — такое искажение изображения, при котором предмет в виде сетки имеет изображение в виде бочки. Подразумевается, что предмет и его изображение расположены в плоскости перпендикулярной оптической оси.

Дисторсия — это разное увеличение на оптической оси и на периферии изображения.

5). Кома (в переводе с греческого — хвост) проявляется только для внеосевых пуков света.

Обычно кома присутствует в сочетании со сферической аберрацией. В результате луч, проходящий через центр линзы, дает изображение в одной точке, а лучи проходящие через края линзы дают смещенное от оптической оси изображение в виде кольца.

Если линзу мысленно разбить на кольца, то лучи, проходящие через разные кольца линзы, дают разные кольца изображений, которые вместе создают изображение в виде воланчика или кометы.

Название аберрации кома связано с тем, что изображение точечного предмета похоже на комету с пушистым хвостом.

Если рассмотреть аберрацию кома без сферической аберрации, то кома сводится к тому, что луч, проходящий через центр линзы, дает изображение в одной точке, а лучи проходящие через края линзы дают изображение, смещенное от оптической оси, как это показано на рисунке ниже.

В этом случае изображение точечного предмета имеет форму вертикального отрезка.

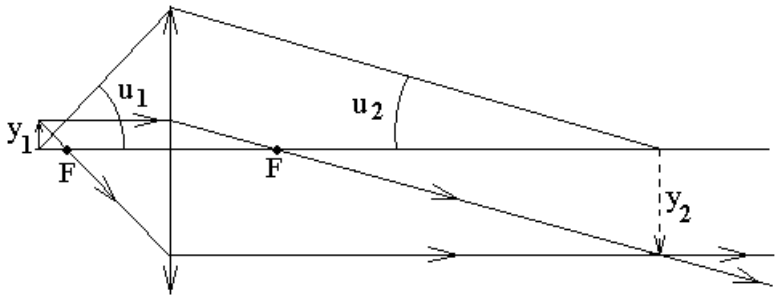
<u>Факультативная вставка.</u>

При выполнении так называемого условия синусов Аббе две крайние точки изображения, приведенные на рисунке выше, сольются в одну точку. Можно сказать, что аберрация кома при соблюдении условия синусов пропадает.

Условие синусов имеет следующий вид:

$$n_1 y_1 \sin(u_1) = n_2 y_2 \sin(u_2),$$

где углы u_1 и u_2 не обязательно малы. Условие выполняется для любого малого отрезка y_1 и его изображения y_2.



При заданной линзе условие синусов может быть выполнено только для двух положений предмета вдоль оптической оси. Второе положение получается из первого, если поменять местами расстояния от линзы до предмета и от линзы до изображения. Условие синусов устраняет аберрацию кома.

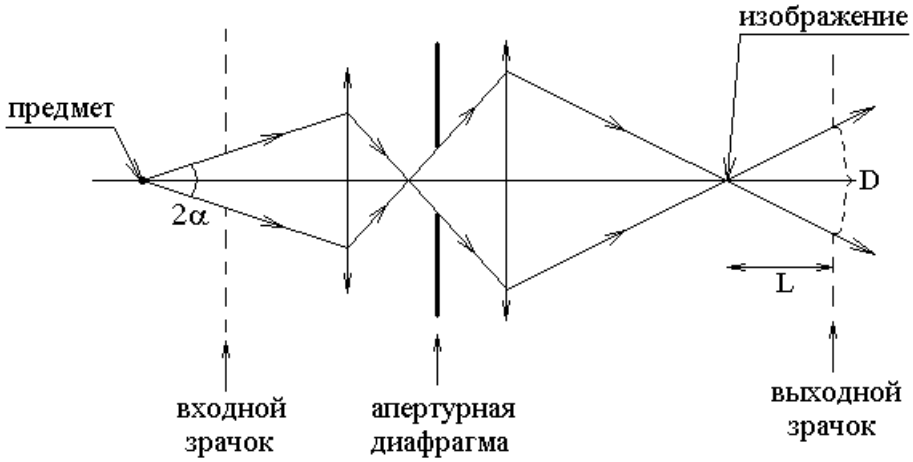
Конец факультативной вставки.

Факультативно. Апертурная диафрагма. Входной и выходной зрачок. Апертура. Относительное отверстие.

Эти понятия применимы к оптической системе, состоящей из одной или нескольких линз.

Рассмотрим точечный источник света, расположенный на оптической оси, и его изображение. Лучи, проходящие через линзы оптической системы, диафрагмируются размерами линз или специально установленными диафрагмами.

Диафрагма или линза, которая сильнее всего диафрагмирует пучок лучей, называется апертурной диафрагмой.



Изображение апертурной диафрагмы в той части оптической системы, которая расположена перед этой диафрагмой, называется входным зрачком оптической системы. В изображение попадают те, и только те лучи, выходящие из точечного источника, которые направлены в область входного зрачка системы.

Если перед апертурной диафрагмой нет линз, то входной зрачок оптической системы совпадает с самой апертурной диафрагмой.

Выходной зрачок системы — это изображение апертурной диафрагмы в той части оптической схемы, которая расположена за апертурной диафрагмой. Если линз за апертурной диафрагмой нет, то апертурная диафрагма совпадает с выходным зрачком системы.

Апертура 2α — это угловой диаметр входного зрачка при наблюдении его из точки расположения предмета.

Относительное отверстие $\frac{D}{L}$ — это отношение диаметра выходного зрачка D к расстоянию от выходного зрачка до точки изображения предмета L.

В старых фотоаппаратах диаметр диафрагмы можно регулировать вручную. При этом числовое значение диафрагмы равно величине обратной к относительному отверстию.

Экзамен. Распространение света в неоднородной среде. Эйконал. Уравнение эйконала.

Эйконал — от греческого слова eikon — изображение (сравните со словом икона).

Будем называть оптической длиной произведение nl, где l — геометрическая длина, n — показатель преломления среды.

Дадим сначала предварительное определение справедливое для частного случая, а затем его расширим. Эйконал — это оптическая длина пути вдоль луча света.

Пусть L — эйконал, тогда $dL \equiv n\,dl$, если отрезок dl направлен вдоль луча. Здесь рассматривается малый отрезок *dl*, так как показатель преломления среды *n* может изменяться от точки к точке.

Тогда

$\frac{\partial L}{\partial l} = n$, где $\frac{\partial}{\partial l}$ — производная вдоль луча.