Лекции для студентов 2 курса по предмету «Электричество и магнетизм».

Лектор — Крылов Игорь Ратмирович, корпус Б, комната 101.
Интернет-страница: igor-krylov.ru.
Бесплатная интернет-страница: igor-krylov.narod.ru.
E-mail: igor-krylov@yandex.ru

Видео лекций доступны на RuTube.ru и YouTube.com. Кроме гиперссылок на видео на моих страницах и на сайте факультета
phys.spbu.ru -> Библиотека -> Учебные материалы -> Курсы и пособия -> Лекции по курсу "Электричество и магнетизм"
хранятся pdf-файлы электронного конспекта лекций.

В середине семестра — коллоквиум, в конце семестра — экзамен.

Вход-выход — свободный, вопросы и замечания — по ходу лекций.

Литература.

1. И. Е. Тамм. Основы теории электричества.
2. Д. В. Сивухин. Курс общей физики. Том 3. Электричество.
3. Дж. Джексон. Классическая электродинамика.
4. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. Том 5. Электричество и магнетизм.
5. Э. Парселл. Берклиевский курс физики. Том 2. Электричество и магнетизм.

Изложение материала будет в системе СИ, основные формулы будут продублированы в системе единиц СГС Гаусса, раздел «Электрические цепи» будет изложен только в системе СИ.

Краткое содержание курса.

$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$ — закон Кулона.

$E \equiv \frac{F'}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$ — напряженность электрического поля точечного заряда.

$d\Phi_E \equiv E\, dS_{\perp \vec{E}}$ — определение потока вектора $\vec{E}$ через площадку площадью $dS_{\perp \vec{E}}$ перпендикулярную вектору $\vec{E}$.

$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ — электростатическая теорема Гаусса, где Q — сумма зарядов внутри замкнутой поверхности, Φ_E — поток через эту поверхность. Если точечный заряд находится в центре сферы, то $\Phi_E = ES = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$. Заметим, что поток не зависит от радиуса сферы. Если сферу продеформировать, то поток не изменится, так как не изменится $dS_{\perp \vec{E}}$ в выражении $d\Phi_E \equiv E\,dS_{\perp \vec{E}}$.

$\rho \equiv \dfrac{dq}{dV}$ — объемная плотность заряда.

Электрическое поле шара с радиусом R и объемной плотностью заряда ρ:

$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad => \quad ES = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} \quad =>$$

$$\text{при } r \le R \qquad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \quad => \quad E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

$$\text{при } r \ge R \qquad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0} \quad => \quad E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

Электрическое поле бесконечного цилиндра радиусом R и объемной плотностью заряда ρ:

$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad => \quad ES = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} \quad => \quad \text{рассмотрим цилиндр длиной } h$$

$$\text{при } r \le R \qquad E \cdot 2\pi r h = \frac{\rho \cdot \pi r^2 h}{\varepsilon_0} \quad => \quad E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$

$$\text{при } r \ge R \qquad E \cdot 2\pi r h = \frac{\rho \cdot \pi R^2 h}{\varepsilon_0} \quad => \quad E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}.$$

Бесконечная заряженная плоскость $\quad \Phi_E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} \quad => \quad 2ES = \dfrac{\rho\sigma S}{\varepsilon_0}$

создает напряженность поля $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, где $\sigma \equiv \dfrac{dq}{dS}$.

Потенциальность кулоновских сил.

$\varphi \equiv \dfrac{W'}{q'} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q}{r}$ — потенциал поля точечного заряда.

$$\begin{cases} \vec{E} = -\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \dfrac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \dfrac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k} \right) \\ \varphi(\vec{r}) = \displaystyle\int_{\vec{r}}^{\infty} E_l\,dl \end{cases}$$ — связь напряженности и потенциала.

Свойства проводников: $E_{внутри} = 0$, $\varphi_{внутри} = const$. Над поверхностью проводника $E_n = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$, $E_\tau = 0$.

Метод изображений для точечного заряда q и заземленной проводящей плоскости. Поле над плоскостью — это поле реального заряда q и поле заряда изображения $-q$ расположенного зеркально относительно плоскости.

Метод изображений для точечного заряда q и заземленного проводящего шара радиусом R. Поле снаружи шара — это поле реального заряда q и заряда изображения q', такого что $\begin{cases} q' = -q\dfrac{R}{a} \\ b = \dfrac{R^2}{a} \end{cases}$.

$C \equiv \dfrac{q}{U}$ — определение емкости конденсатора. Плоский, сферический и цилиндрический конденсаторы. $\{+q,-q\}$ => $\vec{E}(\vec{r})$ => U => C.

$W = \dfrac{CU^2}{2}$ — энергия заряженного конденсатора.

Электрический диполь $\vec{p} = q\vec{l}$.

$\vec{M} = \left[\vec{p},\vec{E}\right]$ — момент сил, действующих на диполь.

$W = -\left(\vec{p},\vec{E}\right)$ — энергия точечного диполя в электрическом поле.

Диэлектрик состоит из диполей.

$\vec{D} \equiv \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$ — вектор электрический индукции, где $\vec{P} \equiv \dfrac{d\vec{p}}{dV}$ — поляризация среды.

Если $\vec{P} = \varepsilon_0\chi\vec{E}$, то $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$.

$\Phi_D = Q$ — электростатическая теорема Гаусса в диэлектриках. Здесь Q — сумма свободных зарядов внутри замкнутой поверхности, Φ_D — поток вектора $\vec{D}$ через эту поверхность.

Условия при переходе границ диэлектрика без поверхностных свободных зарядов $D_n = const$, $E_\tau = const$.

Если на поверхности есть свободные заряды, то $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$ — скачок нормальной составляющей вектора $\vec{D}$ при переходе через заряженную поверхность равен поверхностной плотности свободных зарядов $\sigma \equiv \dfrac{dq}{dS}$.

$w \equiv \dfrac{dW}{dV} = \dfrac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{2}$ — объемная плотность энергии электрического поля в линейных диэлектриках.

$$\begin{cases} \sum\limits_k \mathcal{E}_k = \sum\limits_k R_k I_k \\ \sum\limits_i I_i = 0 \end{cases}$$ — правила Кирхгофа.

$N = UI = RI^2 = \dfrac{U^2}{R}$ — мощность электрических сил.

$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$ — сила Ампера.

$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$ — закон Био — Савара — Лапласа.

$\oint\limits_l B_l dl = \mu_0 I$ — циркуляция магнитного поля. Здесь I — сумма токов, которые пронизывают контур l.

$B_l \cdot 2\pi r = \mu_0 I \quad => \quad B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ — магнитное поле прямого провода с током.

$B_l \cdot l = \mu_0 N I \quad => \quad B = \mu_0 \dfrac{N}{l} I$ — магнитное поле внутри соленоида.

$\vec{m} \equiv I\vec{S}$ —магнитный диполь.

$\vec{M} = \left[\vec{m}, \vec{B}\right]$ — момент сил, действующих на магнитный диполь.

$W = -\left(\vec{m}, \vec{B}\right)$ — энергия точечного магнитного диполя в магнитном поле.

$\vec{B} \equiv \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$ — определение напряженности магнитного поля $\vec{H}$, здесь $\vec{M} \equiv \dfrac{d\vec{m}}{dV}$ — намагниченность среды.

Если $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$, то $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$.

Условия при переходе границ намагниченных сред без поверхностных токов проводимости $B_n = const$, $H_\tau = const$.

Если на поверхности протекают токи проводимости, то $H_{2\tau} - H_{1\tau} = i$ — скачок тангенциальной составляющей вектора $\vec{H}$ равен плотности поверхностного тока проводимости.

$d\Phi_B \equiv B\, dS_{\perp \vec{B}}$ — определение потока вектора $\vec{B}$ через площадку, площадь проекции которой на плоскость перпендикулярную вектору $\vec{B}$ равна $dS_{\perp \vec{B}}$.

$\mathcal{E}_{инд} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$ — закон электромагнитной индукции Фарадея. Здесь $\mathcal{E}_{инд}$ — ЭДС индукции в контуре, который ограничивает площадку, поток вектора $\vec{B}$ через которую равен Φ_B.

$\Phi = LI$ — определение индуктивности L.

$\Phi_{ki} = L_{ki} I_i$ — определение коэффициента взаимной индукции L_{ki}.

$W = \dfrac{LI^2}{2}$ — энергия магнитного поля соленоида.

$w = \dfrac{(\vec{B}, \vec{H})}{2}$ — объемная плотность энергии магнитного поля.

$$\begin{cases} div(\vec{D}) = \rho \\ rot(\vec{E}) = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ div(\vec{B}) = 0 \\ rot(\vec{H}) = \vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases}$$ — система уравнений Максвелла в дифференциальной форме. Дивергенция любого векторного поля $\vec{A}(\vec{r})$ по определению $div(\vec{A}) = \dfrac{\partial A_x}{\partial x} + \dfrac{\partial A_y}{\partial y} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$ и одновременно это поток делить на объем $div(\vec{A}) = \dfrac{\Phi_A}{V}$ при стремлении объема к нулю. Ротор $rot(\vec{A}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$, и одновременно проекция ротора на нормаль к площадке равна циркуляции вокруг площадки деленной на площадь площадки $\left(rot(\vec{A})\right)_n = \dfrac{\oint\limits_l A_l dl}{S}$. Направление ротора показывает, вокруг какого направления закручено векторное поле по правилу правого винта.

Связь тока и напряжения для линейных элементов цепи переменного тока:

$$\begin{cases} U_R = RI \\ U_C = \dfrac{1}{C} q = \dfrac{1}{C} \int\limits_0^t I(t')\, dt' \\ U_L = L \dot{I} \end{cases}$$

Вместо уравнений Кирхгофа для электрических цепей переменного тока получаются дифференциальные уравнения, что удобно для нахождения токов в схемах, когда на вход подается ступенька напряжения.

Если напряжение на входе схемы считать комплексным $U_{вх} = U_0 e^{i\omega t}$, где вещественная часть — это реальное напряжение на входе, то комплексные сопротивления резистора, конденсатора и индуктивности равны:

$$\begin{cases} \tilde{Z}_R = R \\ \tilde{Z}_C = \dfrac{1}{i\omega C} \\ \tilde{Z}_L = i\omega L \end{cases}.$$

При этом вместо вещественных уравнений Кирхгофа получаются комплексные уравнения. Для любого элемента схемы вещественная часть комплексного тока равна вещественному току.

$$\begin{cases} \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{N_2}{N_1} \\ U_1 I_1 \approx U_2 I_2 \end{cases}$$ — основные формулы для трансформатора.

Внутри сверхпроводника нет ни электрического, ни магнитного поля.