Электростатика вакуума.

Закон Кулона.

Закон физики — опытный факт, аналог аксиомы в математике.

Законы физики требуют проверки на опыте.

Потрем стеклянную палочку о шелк. При этом стекло заряжается положительными зарядами.

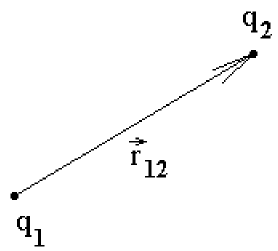
Потрем эбонитовую (каучук + сера), а можно янтарную (окаменевшая смола деревьев), палочку о шерсть. При этом на палочке образуются отрицательные заряды.

Закон Кулона справедлив для неподвижных зарядов в вакууме.

$F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$ — закон Кулона, где $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx \dfrac{c^2}{10^7}\left(\dfrac{м}{Ф}\right)$. До 2019 года равенство было точным.

В системе единиц СГС Гаусса закон Кулона $F = \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$.

Запишем закон Кулона с учетом направления силы.



$\vec{F}_{12} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12}$ сила со стороны заряда q_1 на заряд q_2.

Закон Кулона состоит из нескольких утверждений:

1). $F \sim q_1 q_2$.

2). $F \sim \dfrac{1}{r^2}$.

3). Сила направлена вдоль линии, соединяющей заряды.

4). Заряды разных знаков притягиваются, заряды с одинаковым знаком заряда отталкиваются.

Первое замечание по закону Кулона.

$$\begin{cases} \vec{F}_{12} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12} \\ \vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12} \end{cases} \quad => \quad \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Казалось бы, это утверждение является следствием 3-го закона Ньютона и не требует дополнительного обсуждения, но здесь есть тонкость.

Оказывается, что равенство $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ справедливо только для неподвижных зарядов. Для движущихся зарядов с учетом магнитного взаимодействия $\vec{F}_{21} \neq -\vec{F}_{12}$.

Неравенство $\vec{F}_{21} \neq -\vec{F}_{12}$ ведет к нарушению закона сохранения импульса замкнутой системы. Дело в том, что при взаимодействии движущихся зарядов возникает электромагнитное излучение, которое уносит некоторую энергию и уносит некоторый импульс. Закон сохранения импульса выполняется только с учетом импульса, унесенного излучением, поэтому сила действия не равна силе противодействия.

Второе замечание по закону Кулона.

$F \sim \frac{1}{r^2}$ связано с трехмерностью пространства.

Современная физика основана на концепции близкодействия. Согласно этой концепции частицы действуют друг на друга только при непосредственном контакте, а не на расстоянии.

Два заряда, находящиеся на расстоянии друг от друга, взаимодействуют с помощью специальных частиц — переносчиков взаимодействия. Их также называют квантами поля. Переносчик взаимодействия излучается одним зарядом и поглощается другим.

Переносчиками электромагнитного взаимодействия являются фотоны γ. Масса покоя $m_0 = 0$, заряд $q = 0$, спин $s = 1$.

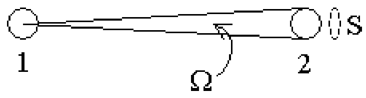
Переносчики любого взаимодействия имеют целочисленный спин s = 0, 1, 2 — это бозоны. Фермионы имеют полуцелый спин s = 1/2 или 3/2. От спина частицы s зависит спиновый момент импульса частицы $S = \hbar\sqrt{s(s+1)}$.

Переносчиками сильного ядерного взаимодействия при небольших энергиях (взаимодействие между протонами и нейтронами) являются π^0, π^+, π^--мезоны (пионы). Для них $m_0 > 0$ (примерно в 7 раз легче протона), $q = 0, \pm e$, $s = 0$. Для больших энергий (взаимодействие между кварками внутри протона или внутри нейтрона) переносчики — глюоны g. Для глюонов $m_0 = 0$, $q = 0$, $s = 1$.

Переносчиками слабого ядерного взаимодействия являются промежуточные бозоны: $Z^0, W^\pm$. Для них $m_0 > 0$ (примерно в 90 раз тяжелее протона), $q = 0, \pm e$, $s = 1$.

Переносчиками гравитационного взаимодействия являются гравитоны G, для которых $m_0 = 0$, $q = 0$, $s = 2$.

Рассмотрим две частицы (два фермиона) на расстоянии r друг от друга (для электрического взаимодействия — два электрических заряда). Первая частица излучает переносчики взаимодействия, а вторая — их поглощает. Число частиц-переносчиков, которые попадают во вторую частицу, пропорционально телесному углу Ω, под которым вторая частица видна из первой.



Здесь S — площадь сечения частицы, $\Omega \equiv \frac{S}{r^2} \sim \frac{1}{r^2}$.

Чем больше частиц-переносчиков попадает из первой во вторую частицу, тем больше сила взаимодействия $F \sim \Omega \sim \frac{1}{r^2}$. В трехмерном пространстве $F \sim \frac{1}{r^2}$.

В двумерном пространстве вместо телесного угла Ω будет линейный угол $\alpha = \frac{D}{r} \sim \frac{1}{r}$, и сила $F \sim \frac{1}{r}$.

Аналогично в n-мерном пространстве $F \sim \frac{1}{r^{n-1}}$.

Однако сильные и слабые ядерные взаимодействия спадают с расстоянием быстрее, чем $\frac{1}{r^2}$. Переносчики ядерных взаимодействий — короткоживущие частицы. Они не могут пролететь большое расстояние. По этой причине взаимодействие должно спадать с расстоянием быстрее, чем $\frac{1}{r^2}$. Если бы причина была только в этом, то радиус действия, например, сильного ядерного взаимодействия составлял бы несколько метров. Есть другая причина, по которой радиус действия гораздо меньше и составляет величину порядка размеров атомного ядра $10^{-15} м$.

Радиус действия ядерных сил определяется массой покоя переносчиков взаимодействия. Массе соответствует энергия $E = mc^2$. Энергии соответствует время по соотношению неопределенности Гейзенберга $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ из квантовой механики. Времени соответствует расстояние $r = c \cdot \Delta t$, которое и равно радиусу действия ядерных сил. Соотношение неопределенности означает, что если мы знаем момент измерения энергии с точностью Δt, то ΔE — неопределенность измерения энергии. То есть при точном повторении условий эксперимента энергия будет получаться то больше, то меньше на величину порядка ΔE.

Если два заряда покоятся, то никаких реальных фотонов они не излучают. Говорят, что они обмениваются виртуальными фотонами. Для виртуальных частиц не выполняется релятивистское соотношение между энергией и импульсом $E^2 - c^2 p^2 = m_0^2 c^4$, а импульс может быть и отрицательной величиной, в результате при обмене виртуальными частицами реальные частицы могут не только отталкиваться друг от друга, но и притягиваться друг к другу. Для фотона масса покоя равна нулю $m_0 = 0$ и $p = \dfrac{E}{c}$.

Принцип суперпозиции.

В физике принцип — результат обобщения многих разнородных опытов. В отличие от закона принцип не поддается прямой экспериментальной проверке, все его подтверждения косвенные.

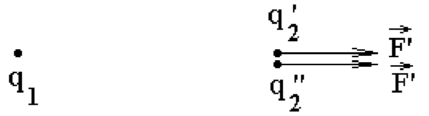
Принцип суперпозиции — независимость парных взаимодействий:

$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + ... + \vec{F}_{N1}$

Третье замечание по закону Кулона.

Часть закона Кулона $F \sim q_1 q_2$ можно логически вывести из принципа суперпозиции.

Рассмотрим взаимодействие двух точечных зарядов q_1 и q_2. Пусть заряд q_2 состоит из двух одинаковых половинок $q_2{}'$ и $q_2{}''$.



На заряды $q_2{}'$ и $q_2{}''$ действует одинаковая сила $\vec{F}\,'$ со стороны заряда q_1, так как заряды $q_2{}'$ и $q_2{}''$ равны и находятся в одинаковых условиях относительно заряда q_1. На суммарный заряд q_2 действует сумма сил $\vec{F} = \vec{F}\,' + \vec{F}\,' = 2\vec{F}\,'$. Следовательно, при удвоении заряда $q_2{}'$ сила, действующая на заряд, удваивается. То есть $F \sim q_2$. Аналогично $F \sim q_1$. Следовательно, $F \sim q_1 q_2$.

Дискретность заряда.

Величины всех зарядов кратны одному элементарному заряду e.

$+e$ — заряд протона.

$-e$ — заряд электрона.

Заряд кварков кратен $\dfrac{e}{3}$.

Заряды трех кварков $-\dfrac{e}{3}$ (d — нижний, s — странный, b — прелестный) и еще трех $+2\dfrac{e}{3}$ (u — верхний, c — очарованный, t — истинный). Из кварков и антикварков состоят адроны — частицы участвующие в сильных ядерных взаимодействиях. Не состоят из кварков лептоны: электрон, мюоны, нейтрино.

Закон сохранения заряда.

Если заряды не вытекают и не втекают через границу объема, то заряд в объеме сохраняется.

Два замечания к закону сохранения заряда.

1. Заряд сохраняется в реакциях рождения и уничтожения элементарных частиц. Например, рождение и аннигиляция электрон-позитронных пар.

2. Величина заряда не зависит от скорости частицы, в том числе и в релятивистском случае. В результате заряд тела не зависит от его температуры.

Напряженность электрического поля *E*.

$\vec{E} \equiv \dfrac{\vec{F}'}{q'}$, где $\vec{F}'$ — сила, действующая на пробный заряд q', $\vec{E}$ — напряженность всех остальных зарядов, кроме пробного заряда q', в точке расположения пробного заряда q'. Напряженность $\vec{E}$ имеет разные значения в разных точках, $\vec{E}$ — функция радиус-вектора $\vec{r}$.

Напряженность электростатического поля точечного заряда.

Рассмотрим точечный заряд q. В поле заряда q поместим пробный заряд q'.

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}'}{q'} = \frac{1}{q'} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qq'}{r^3}\vec{r} \qquad =>$$

$\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q}{r^3}\vec{r}$, где $\vec{r}$ — вектор из заряда q в точку наблюдения поля $\vec{E}$.

В системе СГС Гаусса $\vec{E} = \dfrac{q}{r^3}\vec{r}$.

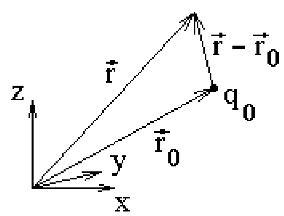
Найдем теперь выражение для напряженности точечного заряда q_0, когда начало координат не совпадает с положением заряда.

Пусть

$\vec{r}_0$ — радиус-вектор заряда q_0,

$\vec{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения электрического поля.

Тогда $\vec{r} - \vec{r}_0$ — вектор, проведенный из заряда q_0 в точку наблюдения.

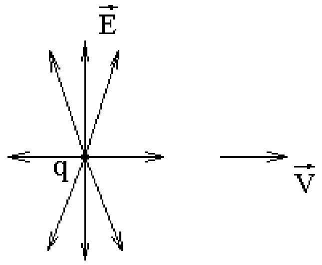


В выражении $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q}{r^3}\vec{r}$ сделаем замены $\begin{cases} q \to q_0 \\ \vec{r} \to (\vec{r} - \vec{r}_0) \end{cases}$ и получим

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3}(\vec{r} - \vec{r}_0),$$ где $\vec{r}$ — вектор из начала координат в точку наблюдения поля, $\vec{r}_0$ — вектор из начала координат в точку с зарядом q_0, который является источником поля.

Электрическое поле заряда, движущегося с постоянной скоростью.

$\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \frac{\vec{r}}{r^3}$ с точностью до величин порядка $\frac{V^2}{c^2}$.



Линии поля $\vec{E}$ несколько сгущаются к плоскости перпендикулярной скорости заряда $\vec{V}$.

Электростатическое поле *E* произвольного распределения неподвижных зарядов.

Пусть кроме пробного заряда q' есть система точечных зарядов $\{q_i\}$.

Согласно принципу суперпозиции $\vec{F}' = \sum_i \vec{F}_i'$. Разделим это равенство на q' и получим

$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$ — это равенство тоже называют принципом суперпозиции.

Подставим сюда $\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_i)$ и получим

$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_i)$, где $\vec{r}_i$ — радиус-вектор заряда q_i.

Иногда удобно рассматривать непрерывное распределение заряда, а не точечные заряды, например, в плазме газового разряда или для электронного облака в атоме водорода.

Для описания непрерывных распределений зарядов введем понятие плотности зарядов:

$\rho \equiv \frac{dq}{dV}$ — объемная плотность заряда по аналогии с объемной плотностью массы $\rho \equiv \frac{dm}{dV}$,

$\sigma \equiv \dfrac{dq}{dS}$ — поверхностная плотность заряда,

$\tau \equiv \dfrac{dq}{dl}$ — линейная плотность заряда.

Из этих определений следует:

$dq = \rho\, dV = \sigma\, dS = \tau\, dl$. Это равенство можно умножить на любую функцию координат и просуммировать по всем зарядам. Тогда

$\sum\limits_i (\cdot) q_i \leftrightarrow \int\limits_{V'} (\cdot)\rho(\vec{r}\,')\, dV' \leftrightarrow \int\limits_{S'} (\cdot)\sigma(\vec{r}\,')\, dS' \leftrightarrow \int\limits_{l'} (\cdot)\tau(\vec{r}\,')\, dl'$, где вместо точки может быть любая функция координат.

Если эта функция координат равна $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$, то

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}\, q_i \quad \leftrightarrow \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int\limits_{V'} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}\, \rho(\vec{r}\,')\, dV',$$

где слева выражение для электростатического поля, когда все заряды дискретные, а справа — когда все заряды объемные.

Если присутствуют заряды и дискретные и непрерывные, то получим

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left\{ \sum_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}\, q_i + \int\limits_{V'} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}\, \rho(\vec{r}\,')\, dV' + \int\limits_{S'} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}\, \sigma(\vec{r}\,')\, dS' + \int\limits_{l'} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}\, \tau(\vec{r}\,')\, dl' \right\}$$

— поле произвольного распределения зарядов.

В дальнейшем будем рассматривать заряды, то, как объемные, то, как точечные, в зависимости от того, как нам будет удобнее.

Линии электрического поля *E*.

В математике линия векторного поля — это линия, касательная в каждой точке к которой совпадает с направлением векторного поля в этой точке.

В физике к линиям поля есть дополнительное требование.

Плотность линий поля пропорциональна полю в каждой точке пространства.

(Число линий поля $\vec{E}$) / ($dS_{\perp \vec{E}}$) ≡ (Плотность линий поля $\vec{E}$) ~ E,

здесь $dS_{\perp \vec{E}}$ — проекция площадки, которую пронизывают линии поля $\vec{E}$, на плоскость перпендикулярную полю $\vec{E}$.

Условие пропорциональности числа линий поля самой напряженности поля не может быть выполнено в точности, так как напряженность может изменяться непрерывно, а число линий может изменяться только дискретно. Поэтому в физике понятие линий поля — нестрогое понятие.

Поток вектора электрического поля *E*.

Поток через поверхность — строгий аналог числа линий поля пронизывающих поверхность.

Введем поток Φ_E так, чтобы он был пропорционален числу линий поля, пронизывающих поверхность.

$d\Phi_E$ ~ (Число линий поля $\vec{E}$) = (Плотность линий поля $\vec{E}$) $\times$ $dS_{\perp \vec{E}}$ ~ $E\,dS_{\perp \vec{E}}$.

$d\Phi_E \equiv E\,dS_{\perp \vec{E}}$ — определение потока вектора $\vec{E}$ через площадку $dS_{\perp \vec{E}}$ перпендикулярную вектору $\vec{E}$.