Трансформатор (продолжение).

Разделим второе уравнение системы (2) на первое и получим

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{N_2}{N_1} \quad \Leftrightarrow \quad U_2=\frac{N_2}{N_1}U_1 \quad \Leftrightarrow \quad U_2=nU_1,$$ где

$n\equiv\dfrac{N_2}{N_1}$ — коэффициент трансформации.

Окончательно $U_2=\dfrac{N_2}{N_1}U_1$.

На каждый виток любой обмотки приходится одно и то же напряжение, поэтому напряжение в каждой обмотке пропорционально числу витков $\dfrac{U_2}{U_1}=\dfrac{N_2}{N_1}$. Это справедливо при любой зависимости $U_1(t)$. Однако на опыте, если $U_1=const$, то $U_2=0$. Причина в том, что мы не учли активное сопротивление первичной обмотки. В стационарном случае, каким бы малым ни было сопротивление первичной обмотки, постоянное напряжение выделяется именно на нем, а не на индуктивности, поэтому постоянное напряжение не трансформируется во вторичную обмотку.

В четвертое уравнение $U_2=RI_2$ системы (2) подставим $U_2=\dfrac{N_2}{N_1}U_1$ и получим

$$I_2=\frac{N_2}{N_1}\cdot\frac{U_1}{R}.$$

Из первого уравнения $U_1=\mu_0\mu SN_1\dot{H}$ системы (2) выразим напряженность магнитного поля в сердечнике и получим

$$H=\frac{1}{\mu_0\mu SN_1}\int_0^t U_1(t')dt'.$$

Последнюю неизвестную величину I_1 системы (2) выразим из третьего уравнения $Hl=N_1I_1-N_2I_2$

$$I_1=\frac{N_2}{N_1}I_2+\frac{Hl}{N_1}=\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2\frac{U_1}{R}+\frac{l}{\mu_0\mu SN_1^2}\int_0^t U_1(t')dt' \quad \Rightarrow$$

$$I_1=\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2\frac{U_1}{R}+\frac{l}{\mu_0\mu SN_1^2}\int_0^t U_1(t')dt'$$

<u>Факультативная вставка.</u>

Из третьего уравнения $U_1+\mathcal{E}_{инд\_1}=0$ системы (1) можно получить

$\mathcal{E}_{инд\_1}=-U_1$.

Из четвертого уравнения $U_2+\mathcal{E}_{инд\_2}=0$ системы (1) можно получить

$$\mathcal{E}_{инд\_2} = -U_2 = -\frac{N_2}{N_1}U_1 \qquad =>$$

$$\mathcal{E}_{инд\_2} = -\frac{N_2}{N_1}U_1$$

Из шестого уравнения $B = \mu_0 \mu H$ системы (1) можно получить

$$B = \mu_0 \mu H = \frac{1}{N_1 S}\int_0^t U_1(t')dt' \qquad =>$$

$$B = \frac{1}{N_1 S}\int_0^t U_1(t')dt'$$

Из пятого уравнения $\Phi = BS$ системы (1) можно получить

$$\Phi = BS = \frac{1}{N_1}\int_0^t U_1(t')dt' \qquad =>$$

$$\Phi = \frac{1}{N_1}\int_0^t U_1(t')dt'$$

<u>Конец факультативной вставки.</u>

Проанализируем выражение для I_1

$$I_1 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{U_1}{R} + \frac{l}{\mu_0 \mu S N_1^2}\int_0^t U_1(t')dt'$$

при $R \to \infty$. Условие $R \to \infty$ — это условие отсутствия нагрузки — разрыв вместо нагрузки во вторичной обмотке трансформатора. При этом вторичную обмотку можно не учитывать, а первичную обмотку можно рассматривать, как единственную. Тогда

$$I_1 = \frac{l}{\mu_0 \mu S N_1^2}\int_0^t U_1(t')dt' \qquad => \qquad U_1 = \frac{\mu_0 \mu S N_1^2}{l}\dot{I}_1 = L_{11}\dot{I}_1, \text{ где}$$

$L_{11} = \dfrac{\mu_0 \mu S N_1^2}{l}$ — индуктивность первичной обмотки. Тогда

$I_1 = \dfrac{U_1}{\left(\dfrac{R}{n^2}\right)} + \dfrac{1}{L_{11}}\displaystyle\int_0^t U_1(t')dt'$, где $n = \dfrac{N_2}{N_1}$ — коэффициент трансформации.

При условии отсутствия нагрузки $R \to \infty$ во вторичной обмотке трансформатора ток первичной обмотки называется холостым током трансформатора. Для уменьшения холостого тока нужно стремиться увеличить индуктивность первичной обмотки $L_{11} \to \infty$.

Если индуктивность первичной обмотки велика, то $I_1 = \dfrac{U_1}{\left(\dfrac{R}{n^2}\right)}$. Тогда можно сказать, что величина $\dfrac{R}{n^2}$ — это сопротивление R во вторичной обмотке, пересчитанное в первичную обмотку.

При $L_{11} \to \infty$ => $I_1 \approx \dfrac{U_1}{\left(\dfrac{R}{n^2}\right)} = n\dfrac{nU_1}{R} = n\dfrac{U_2}{R} = nI_2$ =>

$I_1 \approx nI_2$ — трансформатор тока. Тогда $I_2 \approx \dfrac{I_1}{n}$, а $U_2 = nU_1$, и $U_1 I_1 \approx U_2 I_2$.

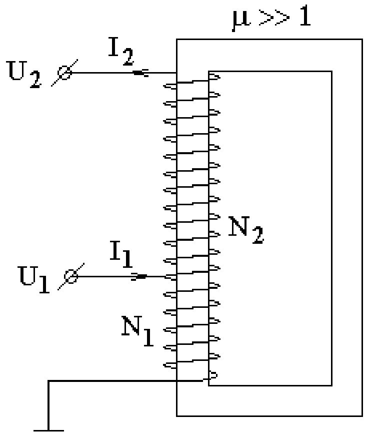
Основные формулы для трансформатора:

$$\begin{cases} \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{N_2}{N_1} \\ U_1 I_1 \approx U_2 I_2 \end{cases},$$

где второе уравнение означает, что вся мощность, подводимая к первичной обмотке, передается во вторичную обмотку.

Автотрансформатор.

Автотрансформатор имеет одну обмотку вместо двух обмоток трансформатора. Одна обмотка автотрансформатора имеет три отвода. Один из трех проводов — общий провод.

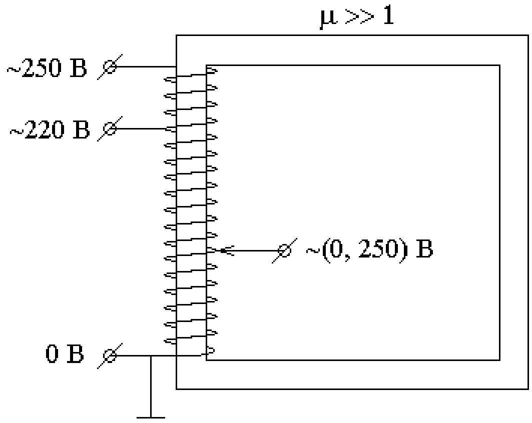


На приведенном рисунке первичная обмотка трансформатора представляет собой часть вторичной обмотки, а вторичная обмотка — это вся обмотка трансформатора. Автотрансформатор можно включить и наоборот.

Основные формулы автотрансформатора такие же, как и для обычного трансформатора $\begin{cases} \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{N_2}{N_1} \\ U_1 I_1 \approx U_2 I_2 \end{cases}$.

Заметим, что в общей части обмотки токи первичной и вторичной обмоток вычитаются друг из друга. Это важно для расчета максимально допустимых токов обмоток трансформатора.

Лабораторный автотрансформатор (ЛАТР).




От сети переменного тока 220 Вольт на лабораторный автотрансформатор подается напряжение между клеммами обозначенными на рисунке, как "0 В" и "~220 В". Между клеммами "0 В" и "~250 В" можно снять напряжение 250 Вольт. Кроме трех рассмотренных отводов "0 В", "~220 В" и "~250 В" единственная (на самом деле тороидальная) обмотка лабораторного автотрансформатора имеет отвод в виде скользящего контакта. При перемещении контакта между ним и клеммой "0 В" образуется напряжение, которое можно изменять в пределах от нуля до 250 Вольт.

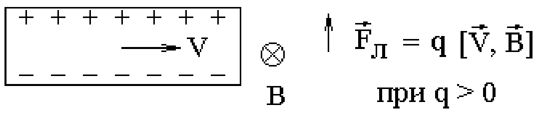
Преобразование электрического и магнитного полей при переходе в движущуюся систему отсчета.

(нерелятивистский случай)

Нестрогий вывод.

Рассмотрим проводник, который движется в магнитном поле $\vec{B}$ со скоростью $\vec{V}$ относительно системы отсчета *K*.

Свободные заряды внутри проводника движутся вместе с проводником, и на них действует сила Лоренца $\vec{F}_Л = q\left[\vec{V},\vec{B}\right]$. Сила Лоренца сдвигает свободные заряды и приводит к появлению поверхностных зарядов σ на проводнике.



Поверхностные заряды создают электрическое поле $\vec{E}_\sigma$ внутри проводника.

Сила Лоренца и сила Кулона со стороны поля $\vec{E}_\sigma$ уравновешивают друг друга для оставшихся свободных зарядов внутри проводника.

Тогда $q\vec{E}_{\sigma} + q\left[\vec{V},\vec{B}\right] = 0$ =>

$\vec{E}_{\sigma} = -\left[\vec{V},\vec{B}\right]$ — поле поверхностных зарядов σ. Здесь значок σ поясняет причину возникновения электрического поля.

Рассмотрим теперь это же явление в системе отсчета K', которая движется вместе с проводником.

В системе K' заряды покоятся, следовательно, сила Лоренца равна нулю. Равнодействующая всех сил равна нулю, так как заряды покоятся. Следовательно, внутри проводника сила Кулона со стороны электрического поля $\vec{E}'$ в K' равна нулю, и внутри проводника $\vec{E}' = 0$.

В системе отсчета K есть поверхностные заряды. Их плотность при переходе в систему K' почти не изменяется, так как заряды не изменяются, а размеры проводника изменяются мало. Эти поверхностные заряды создают электрическое поле $\vec{E}'_{\sigma'}$ в K'.

Чтобы суммарное поле внутри проводника было равно нулю $\vec{E}' = 0$ кроме поля $\vec{E}'_{\sigma'}$ в K' должно существовать еще одно электрическое поле — поле $\vec{E}'_{B}$, причина которого в том, что в системе K есть магнитное поле $\vec{B}$. Внутри проводника:

$\vec{E}' = \vec{E}'_{\sigma'} + \vec{E}'_{B} = 0.$ =>

$\vec{E}'_{B} = -\vec{E}'_{\sigma'} \approx -\vec{E}_{\sigma} = \left[\vec{V},\vec{B}\right]$

В общем случае, если есть какие-то заряды в системе K, то эти заряды есть и в системе K', их поле $\vec{E}$ в обеих системах примерно одинаково. Тогда с учетом добавки $\vec{E}'_{B}$ поле в K':

$\vec{E}' = \vec{E} + \left[\vec{V},\vec{B}\right].$

Найдем теперь изменение магнитного поля $\vec{B}$ при переходе в движущуюся систему отсчета.

Рассмотрим поле точечного заряда q, покоящегося в системе отсчета K:

$$\begin{cases} \vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{\vec{r}}{r^3} \\ \vec{B} = 0 \end{cases}.$$

Пусть система отсчета K' движется относительно системы K со скоростью $\vec{V}$.

Тогда в системе K' скорость заряда $\vec{V}' = -\vec{V}$.

Движущийся в K' заряд, как элемент тока, создает магнитное поле $\vec{B}'_{E}$ в соответствии с законом Био-Савара $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$. Заменим элемент тока $Id\vec{l} \to q\vec{V}$ и получим:

$$\vec{B}'_E = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\left[\vec{V}', \vec{r}'\right]}{r'^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\left[\vec{V}', \vec{r}\right]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\left[\left(-\vec{V}\right), \vec{r}\right]}{r^3} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\left[\vec{V}, q\frac{\vec{r}}{r^3}\right] =$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\left[\vec{V}, 4\pi\varepsilon_0\vec{E}\right] = -\varepsilon_0\mu_0\left[\vec{V}, \vec{E}\right] = -\frac{1}{c^2}\left[\vec{V}, \vec{E}\right].$$

Здесь $\vec{r}' \approx \vec{r}$ — вектор из заряда в точку наблюдения магнитного поля имеет примерно одно и то же значение в двух системах отсчета, если пренебречь релятивистским сжатием.

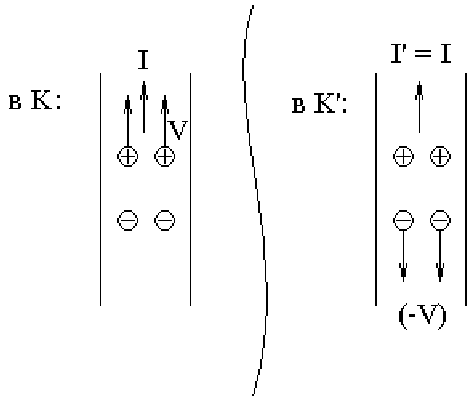
Это поле $\vec{B}'_E$ появляется в системе K' только потому, что есть поле $\vec{E}$ в K.

Заметим, что сила тока в незаряженном проводнике не изменяется при переходе из одной системы отсчета в другую в нерелятивистском случае.

Пусть, например, в нейтральном проводнике отрицательные заряды неподвижны, а положительные движутся со скоростью $\vec{V}$.

Пусть система отсчета K' движется относительно системы K с той же скоростью $\vec{V}$.

Тогда в K' положительные заряды неподвижны, а отрицательные движутся со скоростью $\left(-\vec{V}\right)$. Сила тока в обоих случаях одинакова.



Если токи одинаковые, то и их магнитные поля одинаковы.

Пренебрегая релятивистским сжатием, при котором чуть меняются в разные стороны концентрации зарядов обоих знаков, получаем, что токи в незаряженных проводниках создают одинаковое магнитное поле в разных системах отсчета.

Тогда магнитные поля в двух системах отсчета отличаются на величину $\vec{B}'_E = -\frac{1}{c^2}\left[\vec{V}, \vec{E}\right]$:

$$\vec{B}' = \vec{B} - \frac{1}{c^2}\left[\vec{V}, \vec{E}\right].$$

Суммируя выводы, получаем, что в нерелятивистском случае $V \ll c$:

$$\begin{cases} \vec{E}' = \vec{E} + \left[\vec{V}, \vec{B}\right] \\ \vec{B}' = \vec{B} - \dfrac{1}{c^2}\left[\vec{V}, \vec{E}\right] \end{cases}.$$

В системе СГС Гаусса: $\begin{cases} \vec{E}' = \vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{V}, \vec{B}\right] \\ \vec{B}' = \vec{B} - \frac{1}{c}\left[\vec{V}, \vec{E}\right] \end{cases}$.

Точные формулы теории относительности для преобразования электрического и магнитного полей при переходе в движущуюся систему отсчета.

$$\begin{cases} E'_x = E_x \\ E'_y = \dfrac{E_y - VB_z}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \\ E'_z = \dfrac{E_z + VB_y}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \qquad \begin{cases} B'_x = B_x \\ B'_y = \dfrac{B_y + \dfrac{V}{c^2}E_z}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \\ B'_z = \dfrac{B_z - \dfrac{V}{c^2}E_y}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \end{cases}$$

В системе СГС Гаусса: $\begin{cases} E'_x = E_x \\ E'_y = \dfrac{E_y - \frac{V}{c}B_z}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ E'_z = \dfrac{E_z + \frac{V}{c}B_y}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \quad \begin{cases} B'_x = B_x \\ B'_y = \dfrac{B_y + \frac{V}{c}E_z}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ B'_z = \dfrac{B_z - \frac{V}{c}E_y}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases}$

Эффект Холла.

Рассмотрим проводник с током в магнитном поле. Магнитное поле можно представить в виде суммы двух составляющих: вдоль тока и перпендикулярно току. Составляющая магнитного поля вдоль тока не дает вклада в эффект Холла, и далее мы ее рассматривать не будем.

Если проводник с током находится в магнитном поле перпендикулярном току, то в проводнике возникает электрическое напряжение в направлении перпендикулярном току и перпендикулярном магнитному полю.

$U = R_H\, a\, j B$, где a — ширина проводника в направлении перпендикулярном магнитному полю $\vec{B}$, $\vec{j}$ — плотность тока вдоль проводника, R_H — постоянная Холла (табличная характеристика материала проводника), U — напряжение в эффекте Холла.

Объяснение эффекта Холла.

Электрический ток — движение зарядов. При движении зарядов в магнитном поле на заряды действует сила Лоренца: $\vec{F}_{Л} = q\left[\vec{V},\vec{B}\right]$.

Эта сила смещает заряды в направлении перпендикулярном скорости или току и перпендикулярном магнитному полю.

Смещение зарядов приводит к образованию поверхностных зарядов. Поверхностные заряды создают поле $\vec{E}$, которое создает напряжение эффекта Холла:

$$U = \int_1^2 E_l dl .$$

При смещении зарядов поле $\vec{E}$ нарастает до тех пор, пока для оставшихся свободных зарядов ни будет выполнено условие:

$$q\vec{E} + q\left[\vec{V},\vec{B}\right] = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{E} = -\left[\vec{V},\vec{B}\right]$$

+ + + + + + + +

B ⊗ ——→ V $\qquad \uparrow \vec{F}_{Л} = q\ [\vec{V}, \vec{B}]$

− − − − − − − − $\qquad$ при $q > 0$

Скорость зарядов $\vec{V}$ можно выразить через плотность тока $\vec{j} = nq\left\langle\vec{V}\right\rangle$. Здесь n — концентрация зарядов, q — величина каждого заряда. Тогда

$$\left\langle\vec{V}\right\rangle = \frac{\vec{j}}{nq}.$$

Подставим эту скорость в выражение $\vec{E} = -\left[\vec{V},\vec{B}\right]$ и получим

$$\vec{E} = -\left[\frac{\vec{j}}{nq},\vec{B}\right] = -\frac{1}{nq}\left[\vec{j},\vec{B}\right] \qquad \Rightarrow \qquad E = -\frac{1}{nq} j B$$

$$U = \int_1^2 E_l dl = E\int_1^2 dl = E\,a = -\frac{1}{nq} a\,j\,B \qquad \Rightarrow$$

$$U = R_H\, a\, j\, B ,$$

где $\quad R_H = -\dfrac{1}{nq}$ — постоянная Холла.

В системе СГС Гаусса: $R_H = -\dfrac{1}{cnq}$.

Для электронов $q < 0$ $\qquad \Rightarrow$

$R_H = -\dfrac{1}{nq} > 0$, но для многих металлов $R_H < 0$ — квантовый эффект.

$R_H > 0$ для: Fe, Co, Zn, Cd, Mo, W, ...

$R_H < 0$ для: Au, Ag, Pt, Cu, Ni, Al, ...

Теорема Лармора.

В магнитном поле электронная оболочка атома, как целое, приобретает вращение с угловой скоростью Ω:

$\vec{\Omega} = \frac{e}{2m_e}\vec{B}$, где $e > 0$ — модуль заряда электрона, m_e — масса электрона, $\vec{B}$ — внешнее по отношению к атому магнитное поле.

$\vec{\Omega} \uparrow\uparrow \vec{B}$

Заметим, что ядро атома вращается несколько иначе, так как для ядра другое отношение заряда к массе. Кроме того, заряд ядра распределен в большей мере ближе к поверхности ядра, а не равномерно по всей массе ядра.

Теорема Лармора справедлива только для небольших магнитных полей, когда можно пренебречь эффектами, пропорциональными B^2 по сравнению с эффектами, пропорциональными B.

Докажем, что в магнитном поле $\vec{B}$ и в системе отсчета вращающейся с угловой скоростью $\vec{\Omega} = \frac{e}{2m_e}\vec{B}$ на электрон действуют те же силы, что и без магнитного поля в не вращающейся системе отсчета. Это и будет доказательством теоремы Лармора.

В магнитном поле к силам, действующим на электрон, добавляется сила Лоренца

$\vec{F}_Л = q\left[\vec{V},\vec{B}\right]$.

Во вращающейся системе отсчета добавляется центробежная сила инерции, которой можно пренебречь, так как $F_{ц.б.} \sim \Omega^2 \sim B^2$. В этом приближении во вращающейся системе отсчета к силам, действующим на электрон, из сил инерции добавляется только сила Кориолѝса:

$\vec{F}'_К = -2m_e\left[\vec{\Omega},\vec{V}'\right]$, где m_e — масса электрона, $\vec{V}'$ — скорость электрона относительно вращающейся системы отсчета.

Достаточно доказать, что $\vec{F}'_Л + \vec{F}'_К \approx 0$ во вращающейся штрихованной системе отсчета, пренебрегая слагаемыми пропорциональными B^2 и более высокими степенями магнитного поля B. Нам будет удобно рассматривать силу Лоренца в неподвижной системе отсчета, а кориолисовую силу во вращающейся системе отсчета. Относительное изменение силы при переходе в движущуюся систему отсчета имеет порядок $\frac{V\Omega r}{c^2}$, где r — расстояние от электрона до оси вращения. Этим изменением силы можно пренебречь.

<u>Факультативная вставка.</u>

http://merlin.fic.uni.lodz.pl/concepts/2009_4/2009_4_671.pdf

Relativistic force transformation. Valery P. Dmitriyev. 2005.

Пусть система отсчета K' движется относительно системы отсчета K в направлении оси X со скоростью V. Пусть сила $\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$ действует на материальную точку, которая движется со скоростью $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$. Тогда

$$F_x' = F_x - \left(F_y \dot{y} + F_z \dot{z}\right) \frac{\frac{V}{c^2}}{1 - \frac{\dot{x}V}{c^2}} \qquad F_y' = F_y \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{\dot{x}V}{c^2}} \qquad F_z' = F_z \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{\dot{x}V}{c^2}}.$$

В линейном по $\frac{V}{c}$ приближении:

$$F_x' = F_x - \left(F_y \dot{y} + F_z \dot{z}\right) \frac{V}{c^2} \qquad F_y' = F_y \left(1 + \frac{\dot{x}V}{c^2}\right) \qquad F_z' = F_z \left(1 + \frac{\dot{x}V}{c^2}\right).$$

Если же дополнительно потребовать $\dot{x} << c \quad \dot{y} << c \quad \dot{z} << c$, то $\vec{F}' \approx \vec{F}$.

<u>Конец факультативной вставки.</u>

Тогда

$$\vec{F}_Л + \vec{F}_K' = (-e)\left[\vec{V}, \vec{B}\right] - 2m_e\left[\vec{\Omega}, \vec{V}'\right] = (-e)\left[\vec{V}, \vec{B}\right] - 2m_e\left[\frac{e}{2m_e}\vec{B}, \vec{V}'\right] =$$

$$= (-e)\left[\vec{V}, \vec{B}\right] - e\left[\vec{B}, \vec{V}'\right] =$$

$$= (-e)\left[\vec{V}, \vec{B}\right] + e\left[\vec{V}', \vec{B}\right] = (-e)\left[\vec{V} - \vec{V}', \vec{B}\right] = (-e)\left[\left[\vec{\Omega}, \vec{r}\right], \vec{B}\right] =$$

$$= (-e)\left[\left[\frac{e}{2m_e}\vec{B}, \vec{r}\right], \vec{B}\right] \sim B^2$$

Здесь $\vec{V} = \vec{V}' + \left[\vec{\Omega}, \vec{r}\right]$ — скорость электрона относительно неподвижной системы отсчета, $\vec{V}'$ — скорость электрона относительно вращающейся с угловой скоростью $\vec{\Omega} = \frac{e}{2m_e}\vec{B}$ системы отсчета.

Получаем $\left(\vec{F}_Л + \vec{F}_K'\right) \sim B^2$, а теорема Лармора справедлива в пренебрежении величинами пропорциональными B^2.

Тогда $\vec{F}_Л' + \vec{F}_K' \approx 0$ — доказано и теорема Лармора доказана.

Ларморовское вращение электронной оболочки иногда называют ларморовской прецессией. Поясним происхождение этого названия.

Электронная оболочка атома может вращаться и без внешнего магнитного поля. Это вращение похоже на вращение гироскопа. В магнитном поле ось вращения этого гироскопа прецессирует со скоростью $\vec{\Omega} = \frac{e}{2m_e}\vec{B}$ в соответствии с теоремой Лармора. Поэтому вращение электронной оболочки в магнитном поле часто называют ларморовской прецессией.

В системе СГС Гаусса: $\vec{\Omega} = \frac{e}{2m_e c}\vec{B}$.

Дополнение к теореме Лармора.

Мы доказали, что в магнитном поле электронная оболочка может вращаться с угловой скоростью $\vec{\Omega} = \frac{e}{2m_e}\vec{B}$.

Однако будет ли она раскручиваться при включении магнитного поля?

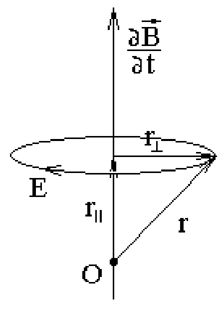
Оказывается, что будет.

Дело в том, что при включении магнитного поля вокруг его производной по времени $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ возникает вихревое электрическое поле $rot\left(\vec{E}\right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, которое и раскручивает электронную оболочку.

Для доказательства достаточно доказать, что в системе K', которая вращается с возрастающей угловой скоростью $\vec{\Omega} = \frac{e}{2m_e}\vec{B}$, сила со стороны вихревого электрического поля $\vec{F}' \approx \vec{F} = q\vec{E}$ уравновешивается силой инерции, которая возникает при ускоренном вращении системы K':

$$\vec{F}'_{ин} = -m_e\left[\dot{\vec{\Omega}}, \vec{r}\,'\right] = -m_e\left[\frac{e}{2m_e}\dot{\vec{B}}, \vec{r}\,'\right] = -\frac{e}{2}\left[\dot{\vec{B}}, \vec{r}\,'\right] \approx \frac{e}{2}\left[\vec{r}, \dot{\vec{B}}\right] = \frac{e}{2}\left[\vec{r}_\perp, \dot{\vec{B}}\right].$$

Найдем величину $\vec{E}$ вихревого электрического поля, которое возникает вокруг $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ производной от магнитного поля.



Здесь O — центр атома — атомное ядро, $\vec{r}$ — радиус-вектор электрона, $\vec{r}_{||}$ — составляющая радиус-вектора электрона вдоль производной $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, $\vec{r}_\perp$ — составляющая радиус-вектора электрона перпендикулярная производной $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

Вихревое электрическое поле можно найти из уравнения Максвелла $rot\left(\vec{E}\right)=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$, которое в интегральной форме $\oint\limits_{l} E_l dl=-\frac{\partial\Phi_B}{\partial t}$ следует из закона электромагнитной индукции Фарадея.

Возьмем в качестве контура интегрирования окружность, перпендикулярную производной $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=\dot{\vec{B}}$.

Тогда $2\pi r_\perp E=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\pi r_\perp^2 B\right)$ => $E=-\frac{r_\perp}{2}\dot{B}$ =>

Как видно из рисунка, направление вихревого векторного поля $\vec{E}$ совпадает с направлением векторного произведения, $\left[\vec{r}_\perp,\dot{\vec{B}}\right]$ тогда с учетом $E=-\frac{r_\perp}{2}\dot{B}$ получим

$$\vec{E}=\frac{1}{2}\left[\vec{r}_\perp,\dot{\vec{B}}\right].$$

Сила, действующая на электрон с зарядом $q=-e$ со стороны вихревого электрического поля, равна

$$\vec{F}=q\vec{E}=-e\vec{E}=-\frac{e}{2}\left[\vec{r}_\perp,\dot{\vec{B}}\right]\approx\vec{F}'.$$

Тогда

$\vec{F}'+\vec{F}_{ин}'=0$ — дополнение к теореме Лармора доказано.