

Факультативно. Введение.

Лектор — Крылов Игорь Ратмирович, комната Б101 физического факультета СПбГУ.

Конспект лекций в виде pdf файлов и ссылки на видеофайлы лекций можно найти на моем сайте

igor-krylov.ru → Лекции → Оптика для студентов 2-го курса

Всё содержание моего сайта продублировано на бесплатном сайте

igor-krylov.narod.ru

но бесплатный сайт перегружен рекламой.

Возможно, мне удастся выкладывать материалы лекций и на сайте физического факультета

<http://www.phys.spbu.ru/> → БИБЛИОТЕКА → Учебные материалы → Курсы и пособия → И. Р. Крылов → Лекции по курсу "Оптика"

Электронная почта: igor-krylov@yandex.ru

Телефон: +7-905-288-72-55.

Вход-выход — свободный, на лекции можно приносить чай, кофе и еду.

Вопросы, замечания, возражения — по ходу лекций.

Изложение материала лекций будет в системе единиц СИ, основные формулы факультативно будут и в системе СГС Гаусса.

Литература.

1. Е. И. Бутиков. Оптика: учебное пособие для студентов физических специальностей вузов. — СПб.: Невский Диалект; БХВ — Петербург, 2003, 480с.

2. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. — М.: Наука, 1973, 720с.

3. Р. В. Поль. Оптика и атомная физика. — М.: Наука, 1966, 552с. (факультативно).

4. Г. С. Ландсберг. Оптика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003, 848с. (факультативно).

5. Д. В. Сивухин. Курс общей физики. Т.4. Оптика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005, 792с. (факультативно)

6. А. Н. Матвеев. Оптика. — М.: Высш. шк., 1985, 351 с. (факультативно)

7. И. Р. Крылов. Методические указания к решению задач по оптике. 1998 (факультативно). В Интернете с 2001 года:

<https://phys.spbu.ru/content/File/Library/studentlectures/Krylov/Metodich.htm>

Факультативно. Оптика, как предмет физики.

Оптика — это наука о свете. Свет — это электромагнитные волны. Волны могут быть разных частот и соответствующих им длин волн. В узком смысле свет — это электромагнитные волны видимого диапазона с длинами волн от 0.4 мкм до 0.7 мкм, где $1\text{ мкм} = 10^{-6}\text{ м}$. Каждой длине световой волны λ соответствует частота света ν , такая что $\lambda \nu = c = 299792458\text{ м/с} \approx 300000\text{ км/с}$ — скорость света в пустоте.

Факультативная вставка.

В системе СИ с 2019 года постулированы значения семи констант:

частота сверхтонкого расщепления основного состояния атома цезия-133 в точности равна 9 192 631 770 Гц;

скорость света в вакууме c в точности равна 299 792 458 м/с;

постоянная Планка h в точности равна $6,62607015 \cdot 10^{-34}$ Дж·с;

элементарный электрический заряд e в точности равен $1,602176634 \cdot 10^{-19}$ Кл;

постоянная Больцмана k в точности равна $1,380649 \cdot 10^{-23}$ Дж/К;

число Авогадро N_A в точности равно $6,02214076 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹;

световая эффективность K_{cd} монохроматического излучения частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц в точности равна 683 лм/Вт.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Основные_единицы_СИ

Конец факультативной вставки.

Оптика заметно отличается от других разделов общей физики тем, что оптика — это сугубо прикладной раздел. Всю классическую оптику можно рассматривать как частные случаи применения системы уравнений Максвелла. Если курс электричества строится по пути от экспериментальных законов к общим уравнениям, то оптика — скорее, наоборот, от общих уравнений к частным явлениям.

В результате содержание классической (не квантовой) оптики — это оптические методы подходов к задачам, которые состоят в различных упрощениях уравнений Максвелла, и оптические явления, которые интерпретируются на основе этих упрощений.

В оптическом диапазоне частот магнитная проницаемость μ любой среды близка к магнитной проницаемости вакуума, для которого $\mu = 1$. Поэтому в оптических формулах обычно μ просто отсутствует. Мы будем стараться оставлять сомножитель μ , когда это будет возможно. Магнитная проницаемость μ входит в коэффициент пропорциональности между магнитной индукцией $\vec{B}$ и напряженностью магнитного поля $\vec{H}$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

Причина равенства $\mu = 1$ заключается в отсутствии ферро- и парамагнетизма на оптических частотах. Так длине волны света $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ соответствует частота $\nu = 6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$, а ферромагнетики, даже самые малоинерционные, из-за медленной переориентации магнитных диполей в доменах не используются на частотах выше $3 \cdot 10^8 \text{ Гц}$. В парамагнетиках магнитная проницаемость очень близка к единице даже в твердых телах $\mu - 1 \approx 10^{-4}$, но и парамагнетизм отсутствует на оптических частотах. Дело в том, что под действием только магнитного поля угол между направлением магнитного диполя атома и направлением самого магнитного поля не изменяется, так как магнитное поле приводит к ларморовской прецессии магнитного диполя вокруг магнитного поля. Изменение угла между диполем и полем происходит только во время столкновений атомов. Соответственно характерное время поворота диполя — это время между двумя столкновениями

атомов. В твердом теле это 10^{-12} с . В диамагнетиках магнитная проницаемость μ даже твердых тел еще ближе к единице $1 - \mu < 10^{-4}$, чем в парамагнетиках, и ее отличие от единицы обычно не учитывается.

Равенство $\mu = 1$ означает, что вещество практически не взаимодействует с магнитным полем световой волны, поэтому, когда говорят о поле световой волны, имеют в виду электрическое поле световой волны.

Экзамен. Излучение ускоренно движущегося заряда и излучение диполя.

В вакууме для любого объема, который не включает в себя заряды, поток поля $\vec{E}$ равен нулю $\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} = 0$.

В системе СГС Гаусса $\Phi_E = 4\pi Q = 0$.

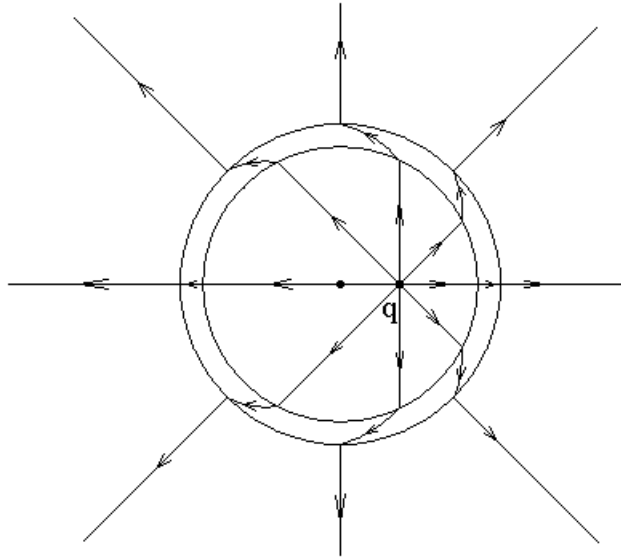
В физике линии поля определяют так, чтобы их плотность была пропорциональна величине поля. В таком случае поток поля через поверхность пропорционален числу линий поля пронизывающих поверхность. Если поток через поверхность объема равен нулю $\Phi_E = 0$, то, сколько линий поля втекает в объем, столько и вытекает из объема. То есть линии поля не начинаются и не заканчиваются в пустом пространстве без зарядов. Если рассмотреть только один точечный положительный заряд, то линии поля $\vec{E}$ начинаются на заряде и заканчиваются на бесконечности независимо от движения этого заряда.

Если подергать длинную веревку, то по веревке побежит волна, потому что веревка непрерывна. Если подергать заряд, то по непрерывным линиям поля $\vec{E}$, как по веревкам, побегут волны со скоростью c . Это и есть электрическая составляющая электромагнитных волн. Переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле, поэтому от заряда побегут и волны магнитного поля.

Единственно возможный источник излучения электромагнитных волн — это ускоренное движение зарядов.

Давайте подробнее рассмотрим заряд, который бесконечно долго покоился, затем кратковременно ускорился и стал двигаться с постоянной скоростью $\vec{V}$ слева направо.

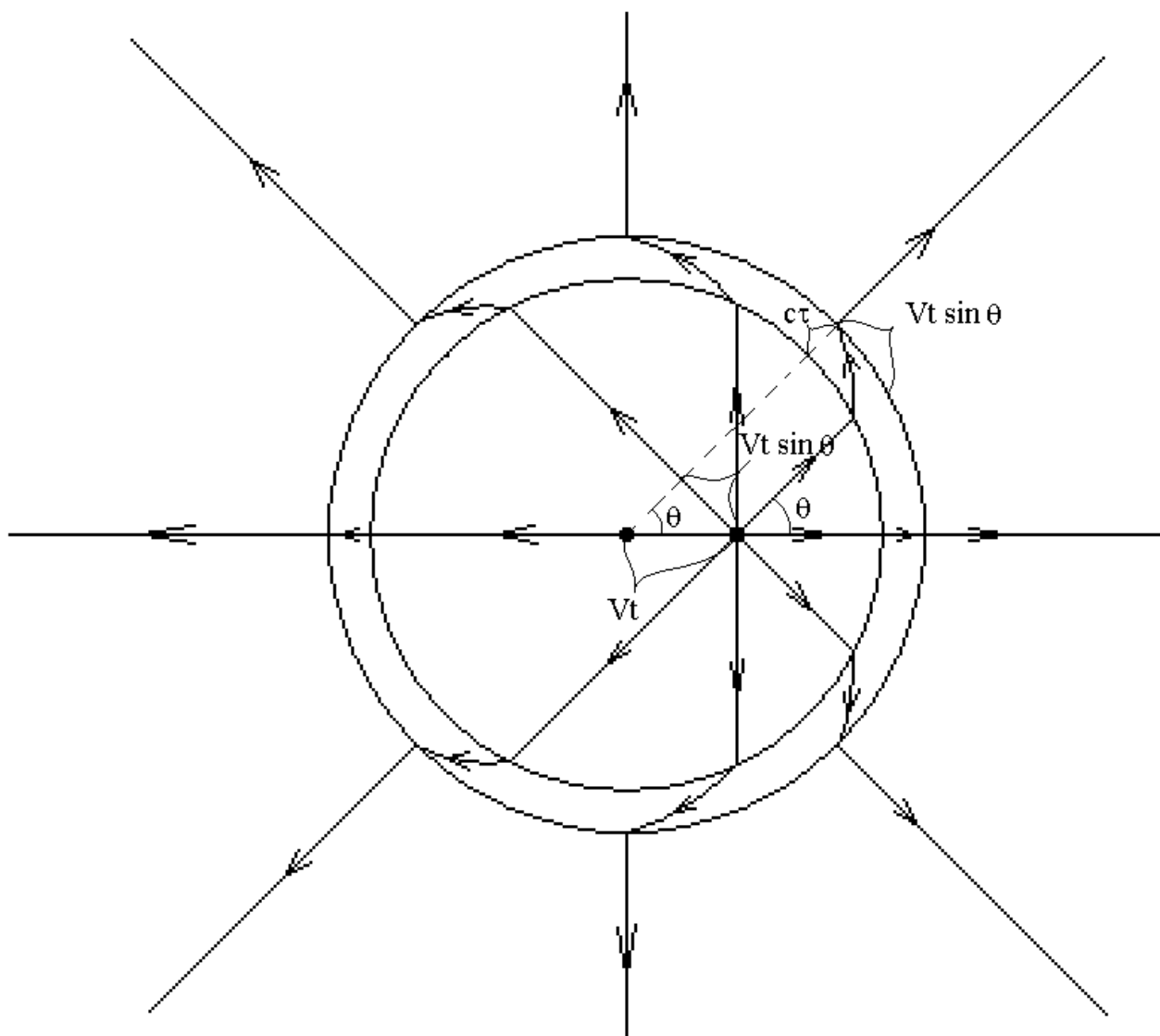
В нерелятивистском приближении при $V \ll c$ напряженность электрического поля $\vec{E}$ заряда, движущегося с постоянной скоростью, такая же, как и напряженность поля покоящегося заряда.



Пусть информация об ускоренном движении заряда достигла со скоростью c области между двумя близкими сферами. Внутри меньшей сферы имеем линии поля $\vec{E}$ заряда, движущегося с постоянной скоростью. Снаружи большей сферы имеем линии поля $\vec{E}$ заряда, покоящегося в центре сфер, так как информация о начале движения заряда не успела добраться до этой области, распространяясь со скоростью c .

Область между сферами содержит поле ускоренно движущегося заряда. Это и есть электрическое поле излучения ускоренно движущегося заряда.

Будем считать, что заряд двигался малое время τ с постоянным ускорением a , а затем в течение большого времени $t \gg \tau$ заряд двигался с постоянной скоростью $V = a\tau$. Рассмотрим излучение заряда — напряженность электрического поля между двумя сферами, излучение в направлении, которое составляет угол θ с направлением скорости заряда.



Рассмотрим излучение на достаточно большом расстоянии от точки излучения, когда $ct \ll Vt \ll ct$. Тогда в узкой области шириной ct линиям поля приходится пройти достаточно большое расстояние $Vt \sin(\theta)$ вдоль поверхности сфер. В результате в области между сферами плотность линий оказывается гораздо больше, чем плотность линий, например, подходящих к поверхности внутренней сферы. Плотность линий в физике пропорциональна величине поля. Следовательно, поле между сферами будет гораздо больше поля снаружи этого слоя.

Линия электрического поля проходит вдоль поверхности сфер и, следовательно, перпендикулярно радиусу сфер расстояние $Vt \sin(\theta)$, а вдоль радиуса линия проходит расстояние между сферами ct . Отношение этих величин определяет направление вектора $\vec{E}$, как и отношение тангенциальной E_θ и радиальной E_r составляющей поля:

$$\frac{E_\theta}{E_r} = \frac{Vt \sin(\theta)}{ct}.$$

Поток вектора E через сферу любого радиуса равен $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} = E_r \cdot 4\pi r^2$,

откуда $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, по крайней мере, снаружи внешней сферы. Если скорость заряда гораздо меньше скорости света, то E_r слабо отличается у поверхности двух сфер снаружи внешней сферы и внутри внутренней сферы. Радиальная составляющая поля E_r будет примерно такой же с точностью до величин порядка $\frac{V}{c}$. Тогда и между сферами можно ожидать, что

$$E_r \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

$$E_\theta = E_r \frac{Vt \sin(\theta)}{c\tau} = E_r \frac{\frac{V}{\tau} t \sin(\theta)}{c} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \right) \cdot \frac{at \sin(\theta)}{c},$$

где в последнем выражении сделана подстановка $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$ и $V = a\tau$.

$$E_\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{at \sin(\theta)}{c}$$

Подставим $r = ct$ вместо одной степени r в знаменателе и получим

$$E_\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \cdot \frac{a \sin(\theta)}{c^2} \text{ — это электрическое поле излучения ускоренно}$$

движущегося заряда.

Рассмотрим теперь излучение диполя. Заметим, что атом излучает свет, как осциллирующий электрический диполь.

Вместо одного заряда рассмотрим теперь диполь, состоящий из пары зарядов разных знаков. Пусть один из зарядов остается неподвижен в центре рассмотренных выше сфер. Излучение такого диполя — это излучение одного движущегося заряда.

Пусть в центре сфер находится неподвижный заряд $-q$, тогда пара зарядов $(-q, q)$ образует диполь $p = ql$, где l — расстояние между зарядами. Возьмем вторую производную от этого равенства по времени и получим $\ddot{p} = qa$, где a — ускорение движущегося заряда q . Подставим $qa = \ddot{p}$ в формулу излучения ускоренно движущегося заряда и получим

$$E_\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\ddot{p} \sin(\theta)}{c^2 r}.$$

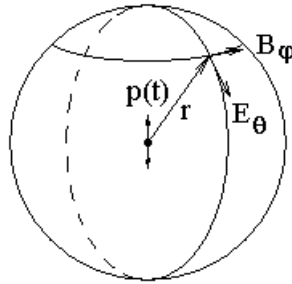
Составляющая поля $E_\theta \sim \frac{1}{r}$ спадает с увеличением расстояния медленнее,

чем составляющая $E_r = \frac{q}{r^2}$ для заряда, и тем более, чем составляющая $E_r \sim \frac{1}{r^3}$

для стационарного диполя. Следовательно, в зоне излучения между двумя сферами $E \approx E_\theta \sim \frac{1}{r}$ и перпендикулярно вектору $\vec{r}$ распространения излучения. Позднее мы докажем, что в каждый момент времени в бегущей световой волне не только электрическое поле $\vec{E}$, но и магнитное поле $\vec{B}$ перпендикулярно направлению движения волны, что поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны друг другу, и в вакууме $E = cB$.

В системе СГС Гаусса $E=B$.

Далее будет удобно вместо горизонтального диполя рассматривать вертикально ориентированный диполь,



тогда окончательно из формулы $E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\ddot{p} \sin(\theta)}{c^2 r}$ получаем излучение точечного диполя в виде

$$E_\theta(t) = cB_\phi(t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sin(\theta)}{c^2 r} \cdot \frac{\partial^2 p_z \left(t - \frac{r}{c} \right)}{\partial t^2},$$

$$\text{В системе СГС Гаусса: } E_\theta(t) = B_\phi(t) = \frac{\sin(\theta)}{c^2 r} \frac{\partial^2 p_z \left(t - \frac{r}{c} \right)}{\partial t^2}$$

где $p_z \left(t - \frac{r}{c} \right)$ — проекция дипольного момента на ось z не в момент времени t , а в момент времени $\left(t - \frac{r}{c} \right)$, который предшествует моменту t на время распространения излучения $\frac{r}{c}$ от места ускоренного движения заряда до точки наблюдения излучения диполя. Подразумевается, что другие проекции дипольного момента, кроме проекции p_z , равны нулю.

Заметим, что $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$, поэтому $\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} = \frac{c\mu_0}{4\pi}$, где до 2019 года по определению было $\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \left(\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right)$, теперь $\mu_0 \approx \frac{4\pi}{10^7} \cdot 0.9999999987(16) \left(\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right)$.

Рассмотренное электромагнитное поле обладает следующими свойствами.

1). $\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}] \uparrow\uparrow \vec{r}$ — энергия течет от диполя вдоль радиус-вектора, это будет доказано позднее. Здесь $\vec{S}$ — вектор Пойнтинга.

$$\text{В системе СГС Гаусса: } \vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}].$$

2). $E = cB$ в каждой точке пространства и в каждый момент времени, это будет доказано позднее.

$$\text{В системе СГС Гаусса: } E = B.$$

3). $\vec{E} \perp \vec{B}$ в каждой точке пространства и в каждый момент времени, это будет доказано позднее.

4). Вектор $\vec{E}$ принадлежит плоскости векторов $\vec{p}$ и $\vec{r}$.

5). $E = cB \sim \frac{1}{r}$, что естественно, так как вектор Пойнтинга обязан спадать, как $\frac{1}{r^2}$, чтобы в единицу времени через сферу любого радиуса r площадью $4\pi r^2$ протекала одна и та же энергия.

Если диполь одновременно изменяется вдоль разных осей декартовых координат, то поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ излучения суммарного диполя можно рассматривать, как векторную сумму полей излучения трех диполей, изменяющихся по каждой из декартовых координат.

Факультативная вставка.

Наряду с излучением электрического диполя можно рассмотреть излучение магнитного диполя, поле которого имеет порядок $\frac{V}{c}$ по отношению

к полю $\vec{E}$ излучения электрического диполя, так как $\frac{|\vec{m}|}{p} = \frac{IS}{ql} \approx \frac{\frac{dq}{dt} l^2}{ql} \approx \frac{dl}{dt} \approx V$.

Электромагнитное поле излучения магнитного диполя имеет вид:

$$E_\varphi = -cB_\theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sin(\theta)}{c^3 r} \cdot \frac{\partial^2 m_z \left(t - \frac{r}{c} \right)}{\partial t^2}$$

$$\text{В системе СГС Гаусса: } E_\varphi = -B_\theta = -\frac{\sin(\theta)}{c^2 r} \cdot \frac{\partial^2 m_z \left(t - \frac{r}{c} \right)}{\partial t^2}.$$

Заметим, что поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ излучения любого мультипольного момента спадают с расстоянием, как $\frac{1}{r}$, так как через сферу любого радиуса протекает одна и та же энергия. Излучение мультипольных моментов более высоких порядков мало, если размер излучающей системы мал по сравнению с длиной волны излучения.

Конец факультативной вставки.

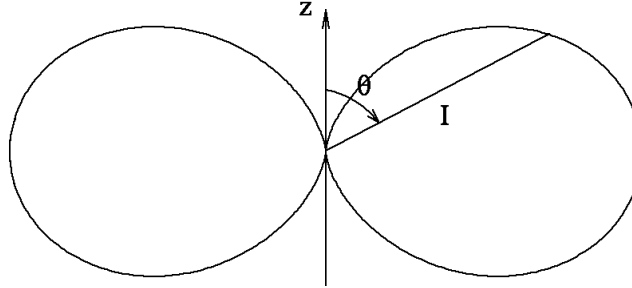
Экзамен. Диаграмма направленности излучения диполя.

Рассмотрим излучение диполя, который изменяется только вдоль оси z .

$$E = cB \sim \sin(\theta) \Rightarrow$$

$$I \equiv \langle |\vec{S}| \rangle_t = \langle [\vec{E}, \vec{H}] \rangle_t \sim \langle EB \rangle_t \sim \sin^2(\theta).$$

Здесь I — интенсивность излучения, $\langle \rangle_t$ — среднее по времени значение.



Из начала координат для каждого направления отложим отрезок, длина которого пропорциональна интенсивности излучения диполя в данном направлении, и поставим точку в конце отрезка. Соединим точки в концах отрезков для всех направлений и получим поверхность, которую называют диаграммой направленности излучения диполя.

Поверхность имеет вид тора с точечной дыркой в середине.

Вид поверхности показывает, что излучения вдоль диполя (вдоль оси z) нет. Излучение максимально в направлении перпендикулярном диполю.

Совсем факультативная вставка.

Излучение атома — это излучение затухающего осциллирующего диполя. Из классических некантовых рассуждений оценить время излучения возбужденного атома, скорость затухания излучения и ширину спектральной линии излучения одиночного атома.

Для вакуума интенсивность света

$$I \equiv \langle |\vec{S}| \rangle_t = \langle [\vec{E}, \vec{H}] \rangle_t = \frac{1}{\mu_0} \langle EB \rangle_t = \frac{1}{c\mu_0} \langle E^2 \rangle_t = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle_t \sin^2(\theta)}{\mu_0 r^2 c^5} =$$

$$= \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle_t \sin^2(\theta)}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2}$$

$$\text{В системе СГС Гаусса: } I \equiv \langle |\vec{S}| \rangle_t = \left\langle \left[\frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}] \right] \right\rangle_t = \frac{c}{4\pi} \langle E^2 \rangle_t = \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle_t \sin^2(\theta)}{4\pi r^2 c^3}.$$

Средняя по времени мощность излучения диполя во все стороны

$$\langle P \rangle = 4\pi r^2 \langle |\vec{S}| \rangle_\Omega = \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle_t \langle \sin^2(\theta) \rangle_\Omega}{4\pi\epsilon_0 c^3}.$$

$$\langle \sin^2(\theta) \rangle_\Omega = \int_\Omega \sin^2(\theta) \frac{d\Omega}{4\pi} = \int_0^\pi \sin^2(\theta) \frac{2\pi \sin(\theta) d\theta}{4\pi} = \frac{2}{3}$$

$$\langle P \rangle = \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle_t}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

$$\text{В системе СГС Гаусса: } \langle P \rangle = \frac{2\langle \ddot{p}^2 \rangle_t}{3c^3}.$$

Если осциллятор гармонический, то

$$p = p_0 \cos(\omega t) \quad \text{и} \quad \langle \ddot{p} \rangle_t^2 = p_0^2 \omega^4 \langle \cos^2(\omega t) \rangle_t = \frac{1}{2} p_0^2 \omega^4, \text{ тогда}$$

$$\langle P \rangle = \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle_t}{6\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3}.$$

$$\text{В системе СГС Гаусса: } \langle P \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{3c^3}.$$

Здесь $\langle P \rangle$ — средняя по времени мощность излучения диполя во все стороны, p — электрический дипольный момент, p_0 — амплитуда гармонических колебаний дипольного момента, ω — циклическая частота колебаний.

Для атома $p(t) = p_0 e^{-\Gamma t} \cos(\omega t)$, где $p_0 e^{-\Gamma t}$ — амплитуда колебаний диполя. Тогда в выражении для $\langle P \rangle$ заменим p_0 на $p_0 e^{-\Gamma t}$ и получим

$$\langle P \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} e^{-2\Gamma t}.$$

Полная энергия диполя изменяется от периода к периоду, как максимум кинетической энергии колебания электрона

$$W(t) = \frac{m_e V_{\max}^2(t)}{2} = \frac{m_e \omega^2 x_{\max}^2(t)}{2} = \frac{m_e \omega^2 x_0^2}{2} e^{-2\Gamma t} = \frac{m_e \omega^2 p_0^2}{2e^2} e^{-2\Gamma t},$$

где $p(t) = -e \cdot x(t)$ дипольный момент атома, $x(t)$ — смещение центра масс электронного облака атома, e — модуль заряда электрона.

Дифференцируем равенство для энергии W по времени и находим

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{m_e \omega^2 p_0^2 \Gamma}{e^2} e^{-2\Gamma t}.$$

С другой стороны, по закону сохранения энергии убыль энергии атома равна энергии излучения диполя

$$\frac{dW}{dt} = -\langle P \rangle = -\frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} e^{-2\Gamma t}.$$

Приравнявая два выражения для производной $\frac{dW}{dt}$, получаем

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{e^2 \omega^2}{12\pi m_e \epsilon_0 c^3}$$

скорость затухания диполя Γ зависит только от частоты излучения диполя ω .

$$\text{В системе СГС Гаусса: } \Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{e^2 \omega^2}{3 m_e c^3}.$$

Позднее будет показано, что ширина спектральной линии $\Delta\omega = 2\Gamma$, откуда $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{e^2 \omega}{6\pi\epsilon_0 m_e c^3} = \frac{e^2}{3\epsilon_0 m_e c^2 \lambda} = \frac{\mu_0 e^2}{3 m_e \lambda}$, где m_e — масса электрона, e — заряд электрона. На длине волны $\lambda = 1 \text{ мкм}$ относительная спектральная ширина линии излучения $\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx 1.2 \cdot 10^{-8} \approx 10^{-8}$, для других длин волн $\frac{\Delta\omega}{\omega} \sim \omega$ и

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{e^2 \omega}{6\pi\epsilon_0 m_e c^3} = \frac{e^2}{3\epsilon_0 m_e c^2 \lambda} = \frac{\mu_0 e^2}{3 m_e \lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \text{ откуда}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\mu_0 e^2}{3 m_e} \approx 1.2 \cdot 10^{-14} \text{ м} = 12 \text{ фм}$$

в любой части спектра.

Это так называемая классическая ширина спектральной линии атома, которая получилась в предположении, что электрон совершает колебания как целое. В квантовой механике электрон представляет собой облако, по которому распределен заряд и масса электрона. Если во время излучения и осцилляций электронное облако движется не как целое, а разные части облака с двух сторон от атомного ядра движутся во встречных направлениях, то кинетические энергии разных частей облака складываются, а дипольные моменты вычитаются. В результате при одинаковых максимальных кинетических энергиях W величина дипольного момента электрона p и скорость его излучения Γ может быть различной. Обсуждаемый квантовый эффект только уменьшает скорость затухания диполя Γ .

Все рассуждения проведены для излучения одиночного атома. При излучении атомарного газа к величине Γ в выражении для ширины спектральной линии $\Delta\omega = 2\Gamma$ добавляется частота столкновений атомов друг с другом. В случае твердого тела частота столкновений атомов очень велика, в результате вместо отдельных спектральных линий поглощения образуются спектральные полосы поглощения.

Конец совсем факультативной вставки.

Факультативно. Световые волны в прозрачной изотропной среде.

В качестве первого варианта упрощения уравнений Максвелла рассмотрим световые волны в прозрачной изотропной среде. Вакуум можно рассматривать, как частный случай прозрачной изотропной среды с единичной диэлектрической проницаемостью ϵ и единичной магнитной проницаемостью μ .

Для прозрачной изотропной среды выполняется условие пропорциональности вектора электрического смещения $\vec{D}$ и вектора

напряженности электрического поля $\vec{E}$, хотя в общем случае в оптике это условие пропорциональности не выполняется. Например, для среды поглощающей свет, которая будет рассмотрена позднее, колебания векторов $\vec{D}$ и $\vec{E}$ сдвинуты по фазе. При этом векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ не могут быть пропорциональны в обычном смысле, так как обращаются в ноль в разные моменты времени.

Кроме того, в сильных световых полях, когда электрическое поле $\vec{E}$ световой волны сравнимо по величине с электрическим полем внутри атома (полем в области внешнего электрона со стороны остальной части атома — атомарного иона), связь между векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$ становится нелинейной. Нелинейная оптика в минимальном объеме будет рассмотрена позднее.

Также в минимальном объеме будут рассмотрены квантовые подходы в оптике.

Для анизотропной среды диэлектрическая проницаемость ε — матрица или тензор второго ранга, что будет подробнее рассмотрено в разделе кристаллооптики.

Будем считать, что в прозрачной среде нет свободных зарядов $\rho = 0$ и нет токов проводимости $\vec{j} = 0$. Свободные заряды в оптическом поле будут кратко рассмотрены в вопросе "Оптика плазмы".

Экзамен. Волновые уравнения для светового поля в прозрачной изотропной среде.

Венцом построения теории электромагнетизма является система уравнений Максвелла:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\vec{D}) = \rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \end{array} \right. , \quad \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} .$$

$$\text{В системе СГС Гаусса: } \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\vec{D}) = 4\pi\rho \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{H}) = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right. , \quad \text{где } \left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{array} \right. .$$

Рассмотрим одно из уравнений системы Максвелла:

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{ возьмем от него ротор и получим:}$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = \operatorname{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot}(\vec{B}) = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot}(\vec{H}).$$

Подставим значение $rot(\vec{H})$ в правую часть равенства из другого уравнения Максвелла $rot(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, и, с учетом отсутствия токов проводимости $\vec{j} = 0$ в рассматриваемой прозрачной изотропной среде, получим

$$rot(rot(\vec{E})) = -\mu_0\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = -\mu_0\mu \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = -\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow$$

$$rot(rot(\vec{E})) = -\frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.1).$$

С другой стороны:

$$rot(rot(\vec{E})) = [\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{E}]],$$

где $\vec{\nabla}$ — вектор набла:

$$\vec{\nabla} \equiv \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z},$$

где $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ — единичные векторы, направленные по осям x, y, z .

Правую часть равенства $rot(rot(\vec{E})) = [\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{E}]]$ можно преобразовать по правилу "бац минус цап" для двойного векторного произведения:

$$rot(rot(\vec{E})) = [\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, \vec{E}]] = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}, \vec{E}) - \vec{E}(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}).$$

Первое слагаемое в правой части равно нулю, так как в рассматриваемой среде $\rho = 0$ — нет свободных зарядов:

$$(\vec{\nabla}, \vec{E}) = div(\vec{E}) = div\left(\frac{\vec{D}}{\varepsilon_0\varepsilon}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon} div(\vec{D}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon} = 0.$$

Тогда останется только второе слагаемое и

$$rot(rot(\vec{E})) = -\vec{E}(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) = -(\vec{\nabla}, \vec{\nabla})\vec{E} = -\nabla^2 \vec{E} = -\Delta \vec{E} \quad (1.2).$$

Здесь квадрат вектора набла равен оператору Лапласа (лапласиану):

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Приравнивая друг другу правые части равенств (1.1) и (1.2) для одной и той же величины $rot(rot(\vec{E}))$, получим дифференциальное уравнение для поля E :

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

В математике уравнение $\Delta A - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0$ для неизвестной функции A от

координат и времени называется волновым уравнением, тогда

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \text{ — волновое уравнение для электрического поля } \vec{E}.$$

Сравнивая это уравнение с волновым уравнением математики, получаем:

$$V \equiv \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

Как выяснится позднее, V — это фазовая скорость плоских волн, которые являются решением волнового уравнения.

$$V = \frac{c}{n} \text{ — определение показателя преломления } n, \text{ соответственно}$$

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu}.$$

Аналогично, рассмотрев $\text{rot}(\text{rot}(\vec{H}))$ вместо выражения $\text{rot}(\text{rot}(\vec{E}))$, можно получить волновое уравнение для магнитного поля:

$$\Delta \vec{B} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0.$$