

### Экзамен. Поперечность световых волн (продолжение).

Рассмотрим равенство  $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow [\vec{\nabla}, \vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow$

$$\left[ \vec{k} \frac{d}{d\varphi}, \vec{E} \right] = -(-\omega) \frac{d}{d\varphi} \vec{B} \Rightarrow \frac{d}{d\varphi} [\vec{k}, \vec{E}] = \frac{d}{d\varphi} (\omega \vec{B}) \Rightarrow$$

$$\frac{d}{d\varphi} \{ [\vec{k}, \vec{E}] - \omega \vec{B} \} = 0 \Rightarrow [\vec{k}, \vec{E}] - \omega \vec{B} = \text{const} \Rightarrow [\vec{k}, \vec{E}] - \omega \vec{B} = 0$$

$$\Rightarrow [\vec{k}, \vec{E}] = \omega \vec{B} \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{B}.$$

В системе СГС Гаусса:  $[\vec{k}, \vec{E}] = \frac{\omega}{c} \vec{B}.$

Тогда векторы  $\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}$  взаимно ортогональны в каждой точке пространства и в каждый момент времени. Из равенства  $[\vec{k}, \vec{E}] = \omega \vec{B}$  следует, что векторы  $\vec{k}, \vec{E}, \vec{B}$  образуют правую тройку взаимно ортогональных векторов. При циклической перестановке правая тройка остается правой тройкой  $\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}$ .

Сравним с тройкой векторов  $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$ , где  $\vec{S}$  — вектор Пойнтинга. Из равенства  $[\vec{E}, \vec{H}] = \vec{S}$

в системе СГС Гаусса:  $\frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}] = \vec{S}$

с учетом ортогональности векторов  $\vec{E}, \vec{H}$  получим, что векторы  $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$  тоже образуют правую тройку взаимно ортогональных векторов. Следовательно

$\vec{k} \uparrow \uparrow \vec{S}$  — в прозрачной изотропной среде.

Позднее при рассмотрении кристаллооптики мы получим, что в анизотропной среде векторы  $\vec{k}$  и  $\vec{S}$  не параллельны. При этом вектор  $\vec{k}$  показывает направление движения поверхности равных фаз, а вектор  $\vec{S}$  показывает направление движения энергии электромагнитного поля.

В результате рассмотрения этого вопроса приходим к выводу. Для того, чтобы плоские электромагнитные волны были бы решением уравнений

Максвелла необходимо, чтобы волны были поперечны  $\begin{cases} \vec{E} \perp \vec{k} \\ \vec{B} \perp \vec{k} \end{cases}$ , а электрическое

поле ортогонально магнитному полю  $\vec{E} \perp \vec{B}$ .

Для того чтобы плоские электромагнитные волны были решением системы уравнений Максвелла, требуется выполнение определенного соотношения еще и для длин векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ , которое обсуждается в следующем вопросе.

### Экзамен. Соотношение полей $E$ и $H$ в бегущей световой волне.

Из условия  $\vec{k} \perp \vec{E}$  получим  $\sin(\vec{k}, \vec{E}) = 1$ . Тогда  $[\vec{k}, \vec{E}] = kE$ . Применим этот результат к левой части равенства  $[\vec{k}, \vec{E}] = \omega \vec{B}$  и получим  $kE = \omega B \Rightarrow$

$$E = \frac{\omega}{k} B \Rightarrow E = V_{\phi} B \Rightarrow E = \frac{c}{n} B \Rightarrow E = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} B$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \mu_0 \mu H \Rightarrow$$

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H \Rightarrow$$

$$\frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$$

в бегущей световой волне объемная плотность энергии электрического поля и магнитного поля равны друг другу.

$$\text{В системе СГС Гаусса: } \frac{\epsilon E^2}{8\pi} = \frac{\mu H^2}{8\pi} \Leftrightarrow \sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H.$$

В вакууме решение волнового уравнения в виде плоской монохроматической волны является решением уравнений Максвелла только

$$\text{при выполнении условий} \begin{cases} \vec{E} \perp \vec{k} \\ \vec{B} \perp \vec{k} \\ \vec{E} \perp \vec{B} \\ E = cB \end{cases} \text{ в каждой точке и в каждый момент времени.}$$

$$\text{В системе СГС Гаусса: } \begin{cases} \vec{E} \perp \vec{k} \\ \vec{B} \perp \vec{k} \\ \vec{E} \perp \vec{B} \\ E = B \end{cases}$$

В оптике обычно радиусы кривизны фронта волны гораздо больше длины волны света, в таком случае фронт волны почти плоский. В результате для любой бегущей волны, если хотя бы одно из выше указанных четырех условий не выполнено, то через рассматриваемую точку в пространстве проходит не одна волна, а несколько волн в разных направлениях.

### Экзамен. Интенсивность света.

Об интенсивности света говорят только либо для одной бегущей волны, либо для суммы волн, которые бегут почти в одном направлении.

По определению интенсивности света:

$$I \equiv \left\langle |\vec{S}| \right\rangle_t = \left| \left\langle \vec{S} \right\rangle_t \right|,$$

где  $\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$  — вектор Пойнтинга — плотность потока энергии.

$$\text{В системе СГС Гаусса: } I \equiv \left\langle |\vec{S}| \right\rangle_t \text{ и } \vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}, \vec{H}].$$

Интенсивность света  $I$  — это усредненная по времени плотность потока энергии или энергия, которая в единицу времени протекает через единичную площадку перпендикулярную свету.

В теории удобно считать, что в определении интенсивности время усреднения бесконечно. На практике под временем усреднения подразумевают время реакции приемника света. Заметим, что ни один приемник света не успевает реагировать в отдельности на каждое оптическое колебание с частотой видимого света.

Выразим интенсивность через вещественные поля  $E$  и  $H$ :

$$I \equiv \langle |\vec{S}| \rangle_t = \langle [\vec{E}, \vec{H}] \rangle_t = \langle EH \rangle_t = \left\langle E \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E \right\rangle_t = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} \langle E^2 \rangle_t =$$

$$= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{\sqrt{\varepsilon \mu}}{\mu} \langle E^2 \rangle_t = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{n}{\mu} \langle E^2 \rangle_t = \sqrt{\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{n}{\mu} \langle E^2 \rangle_t = \frac{\varepsilon_0 c n}{\mu} \langle E^2 \rangle_t$$

$$I = \frac{\varepsilon_0 c n}{\mu} \langle E^2 \rangle_t \text{ — интенсивность света выражается через электрическое}$$

поле, а не через магнитное, так как воздействие света на вещество в основном сводится к воздействию именно электрического поля.

$$\text{В системе СГС Гаусса: } I = \frac{cn}{4\pi\mu} \langle E^2 \rangle_t.$$

$$\langle E^2 \rangle_t = \langle E_0^2 \cdot \cos^2(\omega t) \rangle_t = \frac{1}{2} E_0^2 = \frac{1}{2} |\tilde{E}_0|^2 \quad \Rightarrow$$

$$I = \frac{\varepsilon_0 c n}{\mu} \langle E^2 \rangle_t = \frac{\varepsilon_0 c n E_0^2}{2\mu} = \frac{\varepsilon_0 c n |\tilde{E}_0|^2}{2\mu}.$$

Интенсивность света обычно рассматривается в вакууме, в этом случае

$$\text{выражение для интенсивности упрощается: } I = \varepsilon_0 c \langle E^2 \rangle_t = \varepsilon_0 c \frac{E_0^2}{2} = \varepsilon_0 c \frac{|\tilde{E}_0|^2}{2}.$$

$$\text{В системе СГС Гаусса: } I = \frac{cn}{4\pi\mu} \langle E^2 \rangle_t = \frac{cn}{8\pi\mu} E_0^2 = \frac{cn}{8\pi\mu} |\tilde{E}_0|^2.$$

Факультативная вставка.

$$\text{Заметим, что в вакууме } I = \frac{\langle E^2 \rangle_t}{R_{\text{вак}}}, \text{ где величина } R_{\text{вак}} \equiv \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \approx 376.73 \text{ Ом}$$

имеет размерность сопротивления и поэтому ее называют волновым сопротивлением вакуума. Эта величина связана с выбором единицы измерения заряда, и никакого физического смысла в этой величине нет.

Конец факультативной вставки.

### Поляризация света.

#### Экзамен. Линейная поляризация.

Рассмотрим свет, который распространяется вдоль оси  $z$ , тогда  $\vec{S} \uparrow \uparrow \vec{k} \uparrow \uparrow \vec{e}_z$ .

Электромагнитные волны поперечны, следовательно,  $\vec{E} \perp \vec{k} \uparrow \uparrow \vec{e}_z$ . Тогда вектор  $\vec{E}$  лежит в плоскости  $x, y$  и может быть выражен следующим образом  $\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y$ .

Пусть  $E_y = 0$  во все моменты времени, тогда  $\vec{E} = E_x \vec{e}_x$ , то есть вектор  $\vec{E}$  все время направлен вдоль одной линии.

Такой свет называют линейно поляризованным. Эту же поляризацию называют плоской поляризацией. При этом плоскость поляризации — это плоскость векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{k}$ .

Для линейной поляризации света удобно ввести вещественный единичный вектор поляризации

$$\vec{e}_p \parallel \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{e}_p \perp \vec{k}.$$

С учетом единичного вектора поляризации  $\vec{e}_p$  получаем для линейной поляризации света

$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_p e^{i((\vec{k}, \vec{r}) - \omega t + \varphi_0)},$$

где  $E_0$  — вещественная амплитуда света. Чуть позже выяснится, что аналогично, но только через комплексный вектор поляризации, может быть выражен свет любой другой поляризации.

### **Факультативно. Старое определение плоскости поляризации.**

Заметим, что исторически плоскостью поляризации называли не плоскость векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{k}$ , а перпендикулярную ей плоскость векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{k}$ .

Причина в том, что поляризованный свет впервые был получен при отражении света, падающего на границу сред под углом Брюстера. Если падает неполяризованный свет, то отраженный свет плоско поляризован. Плоскостью поляризации отраженного в этом случае света первоначально называли плоскость падения и отражения света. Позднее выяснилось, что при падении света под углом Брюстера вектор  $\vec{E}$  отраженной волны перпендикулярен плоскости падения света.

Сегодня плоскость поляризации связана с вектором  $\vec{E}$ , так как на среду воздействует именно вектор  $\vec{E}$ , а не вектор  $\vec{B}$ .

### **Экзамен. Расширенное понятие интерференции, механизм поглощения света, механизм уменьшения фазовой скорости света.**

#### **Факультативная вставка.**

Рассмотрим некоторую картину взаимодействия света с веществом или, как говорят, формализм описания взаимодействия света с веществом, который будет простым, но не слишком верным. Это формализм балансных уравнений.

Свет поглощается порциями по  $h\nu$ . Летят фотоны, и случайным образом некоторые атомы поглощают эти фотоны. Прошедшего света становится меньше, это и есть поглощение света. Переходов с нижнего уровня энергии

атома на возбужденный уровень энергии столько же, сколько и поглощенных фотонов. Или, как говорят, скорость поглощения фотонов равна скорости переходов с нижнего уровня энергии на верхний уровень. Этот баланс энергий можно записать в виде соответствующих балансных или скоростных уравнений.

Если же среда прозрачна, то атом поглощает фотон и вскоре снова его излучает. В результате свет в прозрачной среде распространяется медленнее, чем в вакууме.

В этой физической картине мира все ясно и понятно, но есть явления, которые с ней не согласуются. В частности — это импульс предвестник и временное усиление света средой при быстром изменении фазы падающей световой волны на  $\pi$ . Чтобы объяснить эти явления потребуется другое описание взаимодействия света с веществом.

#### Конец факультативной вставки.

При сложении световых волн одинаковой частоты складываются их напряженности электрического поля. Если на пути двух таких световых волн поставить экран, то интенсивность света в каких-то точках экрана становится больше суммы интенсивностей, а в других — меньше. При этом происходит перераспределение энергии света по направлениям. Общая энергия света на экране равна сумме энергий складываемых световых волн. Это явление называют интерференцией света.

Нам будет удобно понимать под интерференцией более широкий круг явлений. Под интерференцией мы будем понимать любое явление, когда интенсивность суммарной волны отличается от суммы интенсивностей суммируемых световых волн. При этом мы откажемся от требования, чтобы общая энергия света на всем экране не изменялась при сложении волн. С помощью такой интерференции мы сможем объяснить поглощение света и отличие фазовой скорости света в среде от фазовой скорости в вакууме.

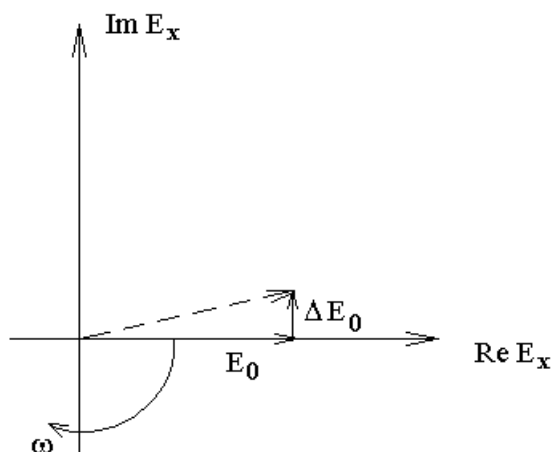
Рассмотрим поглощение света средой.

Свет проходит через среду и раскачивает электрические диполи в каждом атоме. Рассмотрим тонкий слой диполей, слой параллельный фронту световой волны. Тонкий слой диполей излучает свет в направлении проходящей световой волны и в зависимости от фазы излучения слоя диполей изменяется амплитуда и фаза проходящей световой волны.

Поглощение света — это результат интерференции света, проходящего мимо поглощающих атомов, и света, излученного диполями атомов фронта волны. Если в результате интерференции получается излучение с меньшей амплитудой, то это и есть поглощение света.

Показатель преломления или замедление света в среде — это тоже результат интерференции света, проходящего мимо атомов, и света, излученного диполями атомов фронта волны. Если в результате интерференции получается волна с отстающей фазой относительно волны проходящей мимо атомов, то свет распространяется с фазовой скоростью, которая меньше скорости света в вакууме.

На комплексной плоскости напряженности светового поля это выглядит следующим образом.



Здесь  $\vec{E}_0$  — комплексная амплитуда падающей световой волны,  $\Delta\vec{E}_0$  — амплитуда излучения слоя диполей. Пунктирный вектор — это комплексная амплитуда света после прохождения тонкого слоя среды. Комплексная амплитуда повернулась против вращения во времени комплексной напряженности светового поля. Это означает отставание по фазе световой волны после прохождения тонкого слоя среды от световой волны, которая распространялась бы в вакууме. Если же вектор  $\Delta E_0$  направлен против оси  $\text{Re } E_x$ , то отставания по фазе не будет, но будет уменьшение амплитуды — поглощение света средой.

Световое поле раскачивает диполи среды не мгновенно, а в течение некоторого короткого промежутка времени. В результате при очень быстром включении света его передний фронт не поглощается, а проходит среду без поглощения. Этот передний фронт на выходе из поглощающей среды называют импульсом предвестником.

Кратко обсудим еще одно явление, которое также связано с конечным временем раскачивания диполей. С помощью ячейки Керра можно быстро переключить фазу светового поля на  $\pi$ . Рассмотрим свет, который проходит через ячейку с поглощающей свет средой, и на выходе из ячейки ослабляется в 4 раза. При этом амплитуда света уменьшается в 2 раза. Если на входе в ячейку быстро изменить фазу света на  $\pi$ , то на выходе из ячейки наблюдается короткий световой импульс увеличения интенсивности до 2.25 от падающей на ячейку интенсивности света. При этом амплитуда света увеличивается на ту же половину от амплитуды падающего на среду света.

#### Факультативная вставка.

Если наше более точное описание взаимодействия света с веществом, в частности поглощения света, как результат интерференции, дополнить квантовым описанием вещества, то такое описание называется полуклассическим приближением или полуклассическим формализмом. Среда

при этом описывается с квантовых позиций (уравнениями квантовой механики), а световое поле описывается классически.

И, наконец, самое сложное, но и самое правильное описание взаимодействия света со средой подразумевает так называемое вторичное квантование — квантовое описание и вещества и светового поля. В частности в этом случае оказывается, что амплитуда поля (или число фотонов в световом поле) и фаза светового поля удовлетворяют некоторым соотношениям неопределенности. Если точно известно число фотонов, то фаза поля абсолютно неопределенна, и наоборот. Оказывается можно сделать так, чтобы одна из двух неопределенностей была мала. Это так называемое сжатое состояние света.

Конец факультативной вставки.

### **Экзамен. Пленочный поляризатор или поляроид.**

Типичные параметры поляроидной пленки: толщина меньше миллиметра, поглощение одной линейной поляризации 99.9% по энергии, поглощение второй линейной поляризации около 30%.

Осью поляроида называют направление вектора  $\vec{E}$  прошедшей волны.

Изготовление поляроида. Полимерную иодно-поливиниловую плёнку вытягивают в одном направлении. При этом полимерные молекулы выстраиваются, вытягиваются в этом направлении.



Пусть на пленку падает линейно поляризованный свет, в котором вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль вытянутых молекул полимера. При этом под действием электрического поля световой волны заряды внутри молекулы заметно смещаются вдоль вытянутой молекулы. Если же поляризация света направлена перпендикулярно молекулам полимера, то заряды мало смещаются внутри каждой молекулы.

Дипольный момент полимерных молекул излучает, его излучение интерферирует с проходящим мимо светом. В результате интерференции уменьшается амплитуда прошедшего света. Это и есть поглощение света.

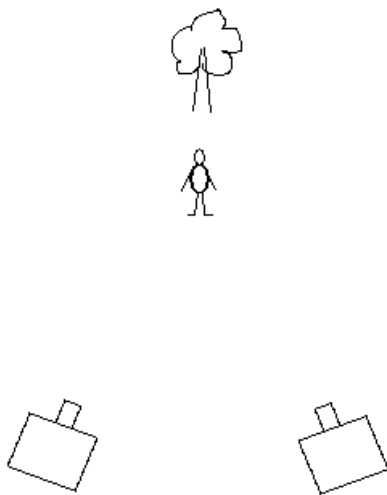
Если вектор  $E$  светового поля направлен вдоль вытянутых молекул полимера, то в среде раскачиваются диполи с большой амплитудой. Диполи излучают свет с большой амплитудой. В результате интерференции с проходящим светом излучаемый диполями свет сильно изменяет амплитуду волны. Свет сильно поглощается. Свет же ортогональной поляризации поглощается слабо.

Ось поляроида — это направление вектора  $\vec{E}$  прошедшего света. Ось поляроида направлена перпендикулярно направлению вытягивания полимерной пленки.

### **Экзамен. Поляроидные очки для стереокино.**

Пусть мы собираемся фотографировать человека, стоящего перед деревом.

Сделаем снимок двумя фотоаппаратами одновременно из двух точек, разнесенных по горизонтали.



На снимке левого фотоаппарата человек будет справа, а дерево — слева. На втором снимке — наоборот.



Положим два снимка рядом и будем смотреть на них так, чтобы левым глазом видеть только снимок, снятый левым фотоаппаратом, а правым глазом — снимок снятый правым фотоаппаратом. Тогда, чтобы увидеть двумя глазами человека, глаза нужно будет свести ближе к переносице, а чтобы увидеть дерево, глаза нужно будет развести дальше от переносицы.

В результате человек будет казаться расположенным ближе, а дерево — дальше.

На этом принципе может быть создано стереоизображение на киноэкране.

Стереofilм (3D) снимают одновременно двумя разнесенными кинокамерами. Чтобы усилить стереоэффект расстояние между кинокамерами намеренно делают больше, чем расстояние между двумя глазами одного человека.

Изображение на экране кинотеатра формируют одновременно двумя проекторами. Свет от каждого проектора пропускают через поляроид. Оси поляроидов направлены ортогонально друг другу.



Зрители смотрят на экран через очки, стекла которых заменены точно такими же скрещенными поляроидами.

В результате каждый глаз видит изображение снятое соответствующей камерой, что и создает стереоэффект.