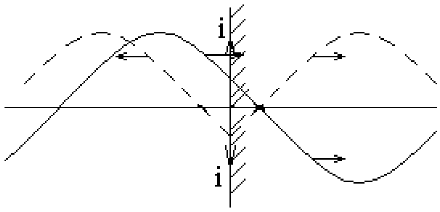
Экзамен. Стоячие световые волны (продолжение).

Заметим, что поле $\vec{B}$ на зеркале осциллирует с оптической частотой и $B_\tau = \mu_0 i$. Следовательно, по поверхности металлического зеркала течет переменный поверхностный ток i оптической частоты.

Пусть на зеркало слева направо падает световая волна (поля E). Она изображена сплошной линией.



По поверхности зеркала течет переменный ток i с оптической частотой. Этот ток излучает плоскую электромагнитную волну одинаково направо и налево в обе стороны от поверхности зеркала. Волна, излученная направо в глубину зеркала (изображена пунктиром), интерферирует с прошедшей сквозь зеркало падающей волной (сплошная линия) и полностью ее гасит. Следовательно, плоскость токов излучает направо волну со сдвигом фазы π по отношению к проходящей сквозь зеркало волне.

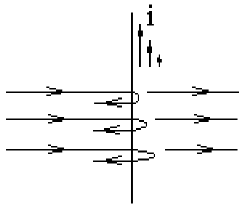
Волна, излученная токами зеркала налево, также сдвинута по фазе на π относительно падающей (проходящей) волны и представляет собой отраженную зеркалом волну. Гасящие друг друга волны, бегущие направо, обязаны быть равны по амплитуде, иначе они не будут полностью гасить друг друга. Излученные в обе стороны плоским током волны равны по амплитуде в силу зеркальной симметрии задачи об излучении плоского тока. Тогда падающая и отраженная волны равны по амплитуде.

Если сдвинуть на π фазу бегущей волны, то волна поменяет знак. Для поля $\vec{E}$ на зеркале две встречные волны вычитаются, образуя узел поля $\vec{E}$. Следовательно, можно сказать, что волна поля $\vec{E}$ отражается от зеркала со сдвигом фазы π или, как говорят, в противофазе.

Фаза волны имеет период 2π, а пространственный период бегущей волны — λ, тогда сдвиг фазы на π эквивалентен пространственному перемещению на $\frac{\lambda}{2}$. При отражении от зеркала происходит как бы изменение пути, пройденного волной, на $\frac{\lambda}{2}$, или, как говорят, при отражении от зеркала происходит потеря полуволны.

Потеря полуволны происходит только для волны электрического поля, но не для волны магнитного поля. Тем не менее, говорят, что при отражении света от зеркала происходит потеря полуволны. Дело в том, что с веществом в основном взаимодействует электрическое поле световой волны. Воздействием магнитного поля световой волны на среду можно пренебречь.

Если металлическое зеркало не идеально, то поверхностные токи имеют заметную толщину. Для диапазона длин волн видимого света толщина слоя токов имеет порядок $\frac{\lambda}{10}$.



Излучение разных параллельных плоскостей токов вглубь зеркала (направо) синфазно друг другу и полностью гасит прошедшую падающую волну. Излучения этих различных слоев тока в обратном направлении (налево) имеют несколько различные фазы, так как свет проходит до очередной плоскости с током и обратно различные расстояния. Волны, излученные налево, не совсем синфазны, не вполне усиливают друг друга. Поэтому отраженная от зеркала волна по амплитуде меньше падающей, и коэффициент отражения неидеального зеркала с толстым слоем токов меньше единицы. Свет частично поглощается таким зеркалом.

А что будет, если поверхностные токи текут в слое толщиной несколько длин волн или несколько десятков длин волн?

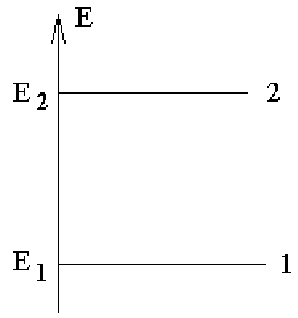
В этом случае волны, отраженные назад разными параллельными плоскостями токов, будут значительно сдвинуты по фазе, так как они проходят разные пути от входа в зеркало до плоскости с током и обратно до поверхности зеркала. При сложении волн в разных фазах суммарная отраженная волна имеет очень малую амплитуду. Следовательно, свет не отражается. Весь свет поглощается.

Коэффициент поглощения ӕ (греческая буква каппа) определяется зависимостью интенсивности света от координаты z вдоль луча $I(z)=I_0 e^{-ӕ z}$. Интересно отметить, что если среда имеет очень большой коэффициент поглощения $ӕ \gg \frac{1}{\lambda}$, то глубина проникновения света оказывается гораздо меньше длины волны. В таком случае весь свет отражается вместо того, чтобы поглощаться. Если поглощения нет, то коэффициент ӕ в выражении $I(z)=I_0 e^{-ӕ z}$ называют коэффициентом экстинкции. В общем случае коэффициент экстинкции характеризует суммарное ослабление света по любым причинам: поглощение, отражение, рассеяние.

<u>Факультативно. Коэффициенты Эйнштейна.</u>

В этом вопросе описание будет проводиться в самом простом формализме, когда подразумевается, что атом может быть или на одном уровне энергии или на другом, но не может быть сразу на двух уровнях. Хотя в квантовой механике атом под действием света одновременно с разными вероятностями находится на двух уровнях энергии.

Рассмотрим двухуровневую схему уровней энергии атома. При этом справедливо предполагается, что наличие других уровней энергии ничего не изменяет.



Взаимодействие со светом этих двух уровней энергии описывается тремя процессами. Для каждого из этих процессов частота фотона связана с разностью энергий уровней соотношением

$E_2 - E_1 = h\nu = \hbar\omega$.

Первый процесс — спонтанное излучение. В этом процессе происходит ничем не спровоцированное излучение светового кванта с переходом атома с уровня 2 на уровень 1.

Второй процесс — поглощение света. В этом процессе происходит поглощение светового кванта с переходом атома с уровня 1 на уровень 2.

Третий процесс — вынужденное излучение. Это процесс вынужденного светом перехода атома с уровня 2 на уровень 1 с излучением светового кванта.

Обсудим, каковы вероятности этих трех процессов.

Для описания вероятностей Эйнштейн ввел в рассмотрение так называемые теперь коэффициенты Эйнштейна:

A_{21}, B_{12}, B_{21}.

$A_{21}\,dt$ — вероятность спонтанного перехода $2 \to 1$ для одного атома за время dt.

$B_{12}\,w_\omega\,dt$ — вероятность перехода $1 \to 2$ для одного атома за время dt под действием света, где $w_\omega \equiv \dfrac{dw}{d\omega}$ — спектральная плотность объемной плотности $w \equiv \dfrac{dW}{dV}$ энергии W светового (электромагнитного) поля на частоте рассматриваемого перехода $\omega = \dfrac{E_2 - E_1}{\hbar}$.

$B_{21}\,w_\omega\,dt$ — вероятность перехода $2 \to 1$ для одного атома за время dt под действием света.

Эйнштейн нашел отношения этих коэффициентов из термодинамических соображений, рассматривая тепловое равновесие между излучением и веществом. Эйнштейн при этом опирался на формулу Планка для спектральной плотности объемной плотности энергии излучения, находящегося в тепловом равновесии с веществом (спектр излучения абсолютно черного тела):

$$w_\omega(T)=\frac{\omega^2}{\pi^2c^3}\cdot\frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_Б T}}-1}.$$

При очень высокой температуре $k_Б T>>\hbar\omega$ очень много света $w_\omega(T)\approx\frac{\omega^2}{\pi^2c^3}k_Б T$, поэтому спонтанным излучением можно пренебречь по сравнению с вынужденными световым полем переходами атома между уровнями энергии 1 и 2. Тогда при термодинамическом равновесии вероятность перехода $1\to 2$ за время dt равна вероятности перехода $2\to 1$ за то же время dt:

$$B_{12}\,w_\omega\,dt=B_{21}\,w_\omega\,dt$$

откуда получаем

$$B_{12}=B_{21}\equiv B.$$

Получим теперь соотношение коэффициентов Эйнштейна A и B.

Для этого введем понятие заселенности уровня энергии. По определению $N_1\equiv\rho_{11}N$ — заселенность или населенность уровня 1 с энергией E_1, здесь N — концентрация атомов или молекул, ρ_{11} — вероятность обнаружить атом на уровне E_1. N_1 — это квантовомеханический аналог концентрации атомов на уровне 1 (в квантовой механике каждый атом среды под действием света находится сразу на двух уровнях энергии с вероятностями ρ_{11} и ρ_{22}).

Вероятность ρ_{11} имеет два индекса, так как при квантовом описании атомов используется матрица плотности, диагональными элементами которой являются вероятности обнаружить атом на каждом из уровней энергии.

Аналогично $N_2\equiv\rho_{22}N$ — заселенность уровня 2, ρ_{22} — вероятность обнаружить атом на уровне 2.

Согласно распределению Больцмана при термодинамическом равновесии

$$\rho_{ii}\sim e^{-\frac{E_i}{k_Б T}} \quad \text{и} \quad \frac{N_2}{N_1}=\frac{\rho_{22}}{\rho_{11}}=e^{-\frac{E_2-E_1}{k_Б T}}.$$

В нашем случае взаимодействия со световым полем $E_2-E_1=\hbar\omega$. Тогда

$$N_2=N_1\,e^{-\frac{\hbar\omega}{k_Б T}}.$$

При термодинамическом равновесии света и вещества в единице объема за время dt число переходов $1\to 2$ (левая часть следующего равенства) равно числу переходов $2\to 1$ (правая часть равенства):

$$N_1\,B_{12}w_\omega\,dt=N_2\left(B_{21}w_\omega\,dt+A_{21}dt\right)$$

Подставим сюда $B_{12} = B_{21} = B$, $A_{21} = A$, $N_2 = N_1 e^{-\frac{\hbar\omega}{k_Б T}}$, $w_\omega(T) = \dfrac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot \dfrac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_Б T}} - 1}$, сократим равенство на N_1 и получим

$$\frac{A}{B} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}.$$

Интересно, что вероятность спонтанных переходов равна вероятности вынужденных переходов под действием света, в котором в каждом объеме когерентности (объем когерентности обсудим позднее) содержится половина энергии фотона. Позднее была разработана квантовая теория светового поля (вторичное квантование), в которой считается, что в пустом пространстве, из которого нельзя поглотить кванты света, тем не менее, в каждом объеме когерентности содержится энергия половины фотона.

Если вместо циклической частоты ω в определении коэффициентов Эйнштейна использовать обычную частоту ν, то коэффициенты B'_{21} и B'_{12} будут несколько отличаться от B_{21} и B_{12}. Дело в том, что w_ω в 2π раз меньше, чем w_ν. И действительно

$$w_\omega \equiv \frac{dw}{d\omega} = \frac{dw}{2\pi \cdot d\nu} = \frac{1}{2\pi} w_\nu .$$

Вероятность перехода $2 \to 1$ для одного атома за время dt под действием света может быть выражена и через B_{21} и через B'_{21}:

$$B_{21}\, w_\omega\, dt = B'_{21}\, w_\nu\, dt .$$

Тогда с учетом $w_\omega = \dfrac{1}{2\pi} w_\nu$ получаем $B'_{21} = \dfrac{1}{2\pi} B_{21}$ и окончательно:

$$\begin{cases} B'_{21} = B'_{12} \equiv B' \\ \dfrac{A}{B'} = \dfrac{8\pi h\nu^3}{c^3} \end{cases}.$$

<u>**Экзамен. Инверсия заселенностей лазерной среды. Усиление света. Генерация света лазером.**</u>

Напомним, что по определению $N_1 \equiv \rho_{11} N$ — заселенность (или населенность) уровня 1 с энергией E_1, здесь N — концентрация атомов (или молекул), ρ_{11} — вероятность обнаружить атом на уровне E_1.

Аналогично $N_2 \equiv \rho_{22} N$ — заселенность уровня 2, ρ_{22} — вероятность обнаружить атом на уровне 2.

Согласно распределению Больцмана

$\rho_{ii} \sim e^{-\frac{E_i}{k_Б T}}$, где $k_Б$ — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

Тогда в соответствии с распределением Больцмана

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\rho_{22}}{\rho_{11}} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_Б T}}.$$

В случае термодинамического равновесия при любой температуре T, если $E_2 > E_1$, то $N_2 < N_1$ — заселенность верхнего уровня энергии меньше заселенности нижнего уровня.

Вероятность перехода $1 \to 2$ для одного атома за время dt равна $B_{12}\, w_\omega\, dt$. Тогда количество переходов снизу вверх в единице объема за время dt равно $N_1 B_{12}\, w_\omega\, dt$, а сверху вниз — $N_2 B_{21}\, w_\omega\, dt$. Для одного атома вынужденные переходы снизу вверх и сверху вниз равновероятны $B_{12} = B_{21}$. Тогда количество переходов снизу вверх и сверху вниз пропорционально заселенностям уровней $N_1 \sim e^{-\frac{E_1}{k_Б T}}$ и $N_2 \sim e^{-\frac{E_2}{k_Б T}}$. В условиях термодинамического равновесия заселенность нижнего уровня больше, чем заселенность верхнего уровня $N_1 > N_2$. Следовательно, вынужденных переходов снизу вверх с поглощением света больше, чем сверху вниз с излучением. То есть два рассматриваемых процесса переходов снизу вверх и сверху вниз под действием света в сумме приводят к поглощению света в среде.

При термодинамическом равновесии среда поглощает свет на переходе между любой парой уровней энергии.

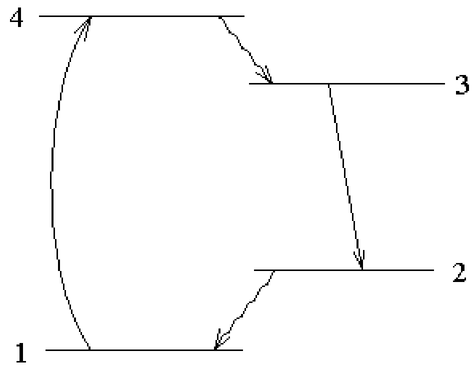
Лазерная, усиливающая свет среда, всегда находится в состоянии отличном от термодинамического равновесия.

Усиление света — это отрицательное поглощение. Поглощение будет отрицательным, если заселенность верхнего уровня больше заселенности нижнего уровня $N_2 > N_1$.

Это условие $N_2 > N_1$ противоположно равновесному соотношению заселенностей, поэтому условие $N_2 > N_1$ называется инверсией заселенностей, а среду называют инвертированной.

При инверсии под действием света переходов $2 \to 1$ оказывается больше, чем переходов $1 \to 2$, и среда усиливает свет.

Рассмотрим пример создания инверсии заселенностей в четырехуровневой схеме уровней энергии в газовом разряде.



В плазме газового разряда свободные электроны ускоряются электрическим полем, ударяются о нейтральные атомы газа и, передавая часть энергии атому, переводят его из состояния с уровнем энергии 1 в состояние с уровнем энергии 4. Обратный процесс перехода атома при столкновении с электроном с уровня 4 на уровень 1 тоже присутствует, но нас интересовать не будет.

Пусть в результате неупругих столкновений с другими атомами рассматриваемый атом быстро безизлучательно переходит с уровня энергии 4 на уровень 3, избыток энергии переходит в кинетическую энергию партнеров по столкновению. Такие переходы весьма вероятны, если кинетическая энергия атомов близка или больше разности энергий уровней 3 и 4. Другими словами столкновения молекул устанавливают термодинамическое равновесие (распределение Больцмана) между уровнями 3 и 4 (термализация уровней 3 и 4). При термализации заселенность более низкого уровня 3 становится больше заселенности уровня 4.

Далее атом переходит с уровня 3 на уровень 2 с излучением фотона $h\nu = E_2 - E_1$.

Пусть с уровня 2 атомы быстро переходят на уровень 1 в результате термализации (неупругих столкновений атомов), аналогично переходам с уровня 4 на уровень 3. Если разность энергий уровней 3 и 2 гораздо больше кинетической энергии атомов, то безизлучательные переходы между уровнями 3 и 2, когда разность энергий переходит в кинетическую энергию атомов, маловероятны и термализация этой пары уровней не происходит.

Если переходы $4 \to 3$ происходят быстро, то атомы накапливаются на уровне 3. Если переходы $2 \to 1$ происходят быстро, то атомы уходят с уровня 2. В результате между уровнями энергии 3 и 2 возникает инверсия заселенностей $N_3 > N_2$. Инверсия означает усиление света на переходе $3 \to 2$.

<u>Факультативная вставка.</u>

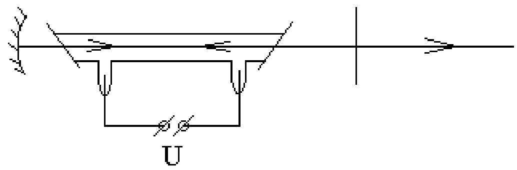
Строго говоря, столкновения атомов с электронами газового разряда стремятся выровнять концентрации атомов на уровнях 1 и 4. Но если с уровня 4 атомы быстро переходят на уровень 3, то почти все атомы накопятся на уровне 3, вызывая инверсию среды. Столкновения атомов с электронами могут почти не выравнивать концентрацию атомов на уровнях 3 и 1, если переход между уровнями 3 и 1 относится к так называемым запрещенным переходам с малой оптической силой осциллятора (оптическую силу осциллятора обсудим позднее).

Конец факультативной вставки.

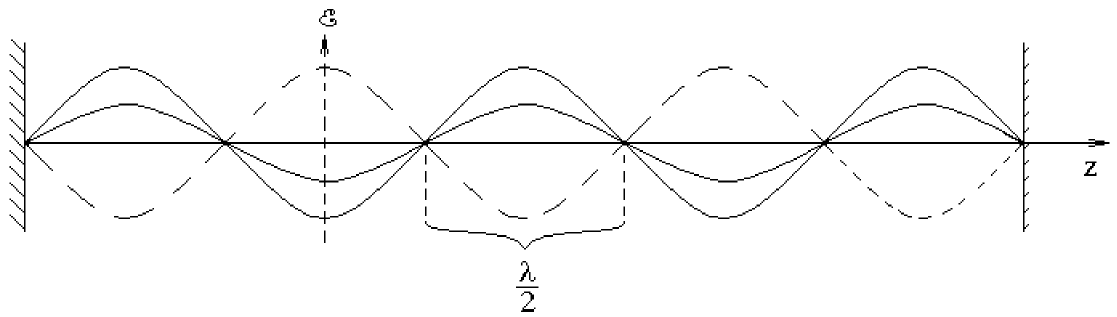
Экзамен. Продольные и поперечные моды лазера. Управление частотой генерации лазера.

Лазер — это устройство, излучающее свет с помощью усиливающей свет среды и зеркал, которые заставляют свет многократно проходить усиливающую среду. Зеркала лазера образуют так называемый лазерный резонатор.

Обычно одно зеркало лазера плоское и полупрозрачное, а другое — сферическое и глухое. Между зеркалами лазера находится усиливающая свет среда.



Мы для простоты рассмотрим резонатор лазера с двумя плоскими зеркалами.



В резонаторе работающего лазера присутствует стоячая волна. На зеркалах лазера находятся узлы стоячей волны. Следовательно, на длине резонатора L укладывается целое число полуволн $L = m\frac{\lambda}{2}$, где $m = 1, 2, 3, ...$ — целое число. Лазер может излучать только такой свет, длина волны λ которого удовлетворяет равенству $L = m\frac{\lambda}{2}$.

Число пучностей m стоячей волны внутри резонатора называют индексом продольной моды резонатора.

Обычно для лазера $L >> \lambda$, тогда $m >> 1$ — индекс продольной моды лазера очень велик.

Дискретным значениям длины волны света $L = m\frac{\lambda}{2}$ соответствуют дискретные значения частоты, найдем их.

Для волны любой природы произведение длины волны на ее частоту равно фазовой скорости волны $\lambda\nu = \dfrac{c}{n}$. Тогда частота света $\nu = \dfrac{c}{n\lambda}$.

Подставим сюда длину волны λ из выражения $L = m\dfrac{\lambda}{2}$ => $\lambda = \dfrac{2L}{m}$ и получим

$$\nu = \frac{c}{n\lambda} = \frac{mc}{2nL},$$ где m — целое число.

Целое число изменяется с шагом $\Delta m = 1$. Тогда $\Delta\nu = \dfrac{c}{2nL}$ — шаг изменения частоты или частотный интервал между соседними продольными модами лазера (межмодовый интервал).

Мы получили, что в резонаторе лазера разрешены частоты с постоянным шагом $\Delta\nu = \dfrac{c}{2nL}$ — гребень (расческа) разрешенных частот. Для газового лазера отличием n от единицы обычно пренебрегают, и межмодовым интервалом называют величину $\dfrac{c}{2L}$, например для длины резонатора $L = 1\,м$ величина межмодового интервала $\Delta\nu = 150\,МГц$.

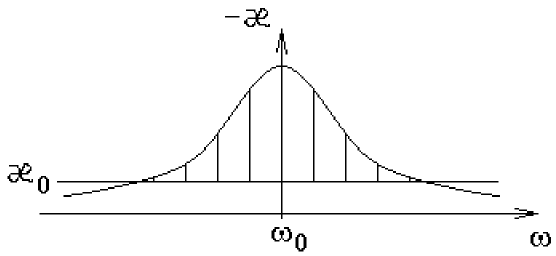
Усиливающая лазерная среда — это среда с отрицательным коэффициентом поглощения. Коэффициент поглощения среды определяется равенством:

$I(z) = I_0 e^{-æz}$, где $æ$ — коэффициент поглощения, $I(z)$ — зависимость интенсивности света от координаты z вдоль луча.

Для лазерной среды коэффициент поглощения отрицателен $æ < 0$. Величину $(-æ)$ называют коэффициентом усиления среды.

Лазер генерирует излучение на частотах, разрешенных резонатором, для которых усиление среды $(-æ)$ больше, чем потери лазера $æ_0$, приведенные к единице длины резонатора. Поясним величину $æ_0$. Если свет без усиления проходит резонатор лазера туда и обратно и попадает в исходную точку в исходном направлении, то интенсивность света уменьшается хотя бы за счет не идеальности зеркал. Приравняем это отношение (меньшей интенсивности к большей интенсивности) к величине $e^{-æ_0 2L}$ как будто свет прошел путь $2L$ в среде с коэффициентом поглощения $æ_0$, здесь L — длина резонатора лазера. Это и будет определением $æ_0$ — потерь резонатора приведенных к единице его длины.

Спектр излучения лазера выглядит следующим образом,



если ширина спектральной линии усиления определяется эффектом Доплера. Здесь длины вертикальных отрезков пропорциональны величине мощности излучения лазера на соответствующих частотах.

Рассмотрим теперь возможность управления частотой генерации лазера.

$\nu = \dfrac{c}{n\lambda} = \dfrac{mc}{2nL}$ — частота генерации лазера зависит от длины резонатора L. Если, например, увеличивать длину резонатора L, то разрешенные резонатором длины волн будут пропорционально увеличиваться $L = m\dfrac{\lambda}{2}$. Частоты всех разрешенных мод будут уменьшаться, так как длина L стоит в знаменателе выражения для частоты ν. При этом разрешенные частоты на рисунке будут двигаться влево. В какой-то момент в частотное положение некоторой исходной моды придет соседняя справа мода. В этот момент длина резонатора лазера увеличится на половину этой длины волны. Между зеркалами снова будет целое число полуволн, только индекс продольной моды для рассматриваемой частоты увеличится на единицу. При этом в процессе изменения длины резонатора расческа разрешенных частот сдвигается на один межмодовый интервал.

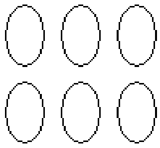
Таким образом, изменяя длину резонатора, мы можем изменять частоту генерации лазера. Причем изменять длину резонатора достаточно на половину длины световой волны, то есть на долю микрона. Для изменения длины резонатора одно из его зеркал укрепляют на пьезокерамике, которая, например, может быть в форме тонкостенного цилиндра. На внешнюю и внутреннюю поверхности цилиндра наносят фольгу. Подавая электрическое напряжение на цилиндр, можно в небольших пределах изменять его длину на величину порядка одного микрона.

Строго говоря, при изменении длины резонатора изменяется масштаб расчески разрешенных частот. Но почти всегда частотная ширина контура усиления лазерной среды гораздо меньше средней частоты генерации. В таком случае, при изменении длины резонатора, разрешенные частоты в пределах контура усиления сдвигаются почти без изменения межмодового интервала $\Delta\nu = \dfrac{c}{2nL}$, так как величина L пренебрежимо изменяется в процентном исчислении. То есть расческа разрешенных частот двигается относительно контура усиления лазерной среды почти без изменения шага расчески.

Обсудим теперь поперечные моды лазера.

Если лазерный луч направить на экран, то форма лазерного пятна в простейших случаях может иметь вид нескольких светлых пятен в узлах прямоугольной матрицы. Различное расположение этих пятен описывают поперечными индексами, поперечными модами.

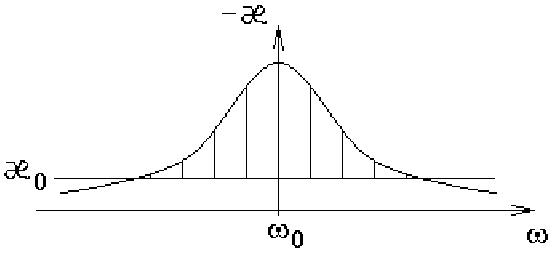
Индекс поперечной моды равен числу нулей интенсивности, как функции соответствующей координаты.



Так если форма лазерного пятна представляет собой две строки по три светлых пятна, то индексы соответствующей поперечной моды 2,1 — две темные полосы при перемещении по x координате и одна темная полоса при перемещении по y координате.

Экзамен. Селекция лазерных мод. Пленка Троицкого.

Обычно внутри частотного контура усиления лазерной среды при условии усиления больше потерь $(-æ) > æ_0$ помещается несколько продольных мод с интервалом $\Delta\nu = \dfrac{c}{2nL}$.



В случае доплеровского уширения линии усиления лазер излучает на всех отмеченных частотах одновременно.

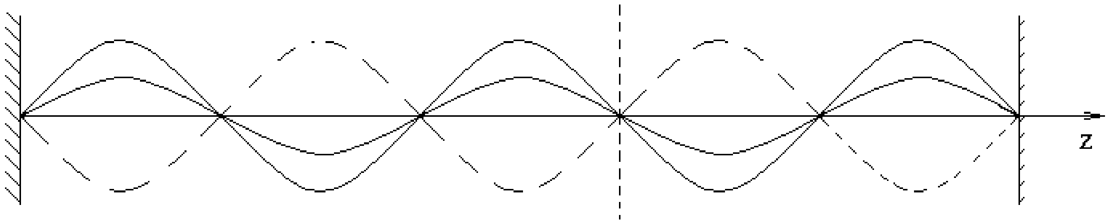
Чтобы получить одночастотный режим генерации лазера нужно подавить генерацию на лишних продольных модах. Эту задачу селекции продольных мод можно решить с помощью пленки Троицкого.

Пленки Троицкого бывают двух типов: с металлическим напылением (поглощающая) и с диэлектрическим узором (рассеивающая).

Толщина пленки Троицкого должна быть гораздо меньше половины длины волны.

Пленку Троицкого помещают внутрь резонатора лазера перпендикулярно лучу.

Если пленка Троицкого находится в узле стоячей волны поля $\vec{E}$, то пленка не поглощает и не рассеивает свет.



пленка Троицкого

Если же пленка Троицкого находится в пучности стоячей лазерной волны, то она поглощает или рассеивает свет и вносит дополнительные потери в соответствующую продольную моду.

Генерация остается только для тех продольных мод, для которых пленка находится в узле стоячей волны.

Рассмотрим теперь селекцию поперечных лазерных мод.

Селекция поперечных мод обычно осуществляется внутрирезонаторной ирисовой диафрагмой.

Ирисовая диафрагма — отверстие в непрозрачном экране, диаметр которого можно изменять. Конструктивно ирисовая диафрагма состоит из нескольких металлических лепестков. Ирис — цветок.

Диафрагму ставят симметрично относительно оси резонатора. Моды с большими поперечными индексами имеют световое поле, которое частично занимает объем достаточно далеко расположенный от оси резонатора. Диаметр диафрагмы можно подобрать так, чтобы из всех поперечных мод генерация осталась только на низшей моде с индексами (0,0) или, как говорят, только на продольной моде. В этом и состоит селекция поперечных мод лазера.