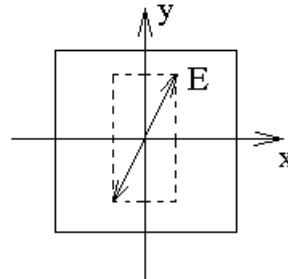


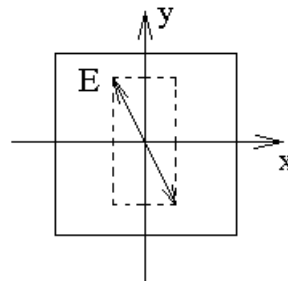
Лекционные демонстрации, 5 минут.

Экзамен. Пластины $\frac{\lambda}{2}$ (продолжение).

Для пластины $\frac{\lambda}{2}$, если на входе пластины



то на выходе



Повернем пластинку $\frac{\lambda}{2}$ так, чтобы поляризация падающей волны была направлена вдоль оси y . На выходе пластины поляризация тоже будет направлена вдоль оси y . Затем, оставляя неизменной поляризацию света на входе пластины, повернем пластинку вместе с осью y на некоторый угол вокруг луча и получим то, что изображено на предпоследнем рисунке. Сравнивая с последним рисунком, получим, что поляризация света на выходе поворачивается на удвоенный угол поворота пластины $\frac{\lambda}{2}$.

Пластина $\frac{\lambda}{2}$ используется для поворота плоскости поляризации света.

Экзамен. Лучевой эллипсоид (эллипсоид Френеля). Определение поляризации и лучевой скорости лучей по лучевому эллипсоиду (без доказательства).

Направим оси координат вдоль главных диэлектрических осей кристалла. Рассмотрим эллипсоид, уравнение которого имеет вид:

$$\frac{\epsilon_x}{c^2}x^2 + \frac{\epsilon_y}{c^2}y^2 + \frac{\epsilon_z}{c^2}z^2 = 1.$$

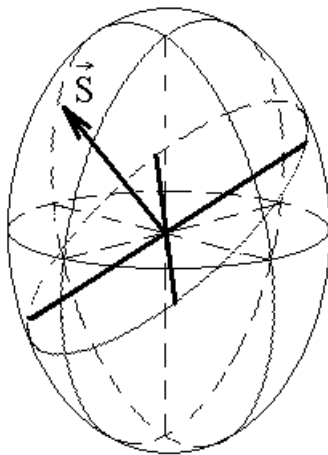
Это и есть лучевой эллипсоид. Эллипсоидом Френеля называют подобный ему эллипсоид $\epsilon_x x^2 + \epsilon_y y^2 + \epsilon_z z^2 = 1$.

Считаем, что $\mu = 1$. Тогда длины полуосей лучевого эллипсоида $\frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}}, \frac{c}{\sqrt{\epsilon_y}}, \frac{c}{\sqrt{\epsilon_z}}$ равны лучевым (и фазовым) скоростям V_x, V_y, V_z , когда вектор $\vec{E}$ направлен соответственно вдоль осей x, y, z . Через скорости V_x, V_y, V_z уравнение лучевого эллипсоида можно переписать в виде:

$$\frac{x^2}{V_x^2} + \frac{y^2}{V_y^2} + \frac{z^2}{V_z^2} = 1.$$

Лучевой эллипсоид позволяет определить направление поляризации света и величину лучевой скорости двух возможных волн для любого заданного направления луча $\vec{S}$.

Приведем без доказательства алгоритм определения лучевых скоростей и поляризаций:



1. Выберем произвольное направление луча $\vec{S}$.
2. Световые волны ортогональны $\vec{E} \perp \vec{S}$. Для такого направления вектора $\vec{E}$ рассмотрим центральное сечение лучевого эллипсоида плоскостью перпендикулярной направлению луча $\perp \vec{S}$.
3. Сечение эллипсоида — эллипс.
4. Оси эллипса — это направления двух возможных линейных поляризаций вектора $\vec{E}$ для заданного направления вектора $\vec{S}$ (без доказательства).
5. Длины полуосей эллипса равны величинам лучевых (но не фазовых) скоростей двух лучей (без доказательства).

К сожалению это не все, что нужно знать о световых волнах в кристалле. Проблема в том, что свет, падающий на кристалл, распадается на два луча, идущие в разных направлениях $\vec{S}_1$ и $\vec{S}_2$. Эти направления нам еще предстоит научиться находить.

Экзамен. Оптическая ось кристалла. Одноосные и двуосные кристаллы.

Оптическая ось кристалла — это направление луча, для которого любая линейная поляризация света имеет одну и ту же лучевую скорость.

Для того чтобы направление вектора $\vec{S}$ было бы оптической осью кристалла необходимо и достаточно, чтобы центральное сечение лучевого эллипсоида, перпендикулярное вектору $\vec{S}$, было бы окружностью. Такой вывод следует из приведенного выше алгоритма определения направления и величин лучевых скоростей по лучевому эллипсоиду. И действительно, если рассматривать окружность как эллипс, то оси этого эллипса можно направить как угодно, и длины полуосей будут равны.

Рассмотрим кристалл, для которого равны две из трех диэлектрических проницаемостей в главных диэлектрических осях $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$. Для такого кристалла лучевой эллипсоид — это эллипсоид вращения вокруг оси z .

Пусть луч света $\vec{S}$ идет вдоль оси z . Рассмотрим центральное сечение лучевого эллипсоида перпендикулярное $\perp$ оси z . Такое сечение эллипсоида — окружность.

Следовательно, лучевые скорости двух поляризаций равны, а сами поляризации могут быть направлены как угодно $\perp$ оси z .

Равенство лучевых скоростей означает, что ось z — оптическая ось кристалла, для которого $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$.

Такой кристалл называется одноосным, так как для любого другого центрального сечения лучевого эллипсоида длины полуосей эллипса сечения не будут равны.

Рассмотрим кристалл, для которого $\varepsilon_x > \varepsilon_y > \varepsilon_z$ и соответственно $V_x < V_y < V_z$, так как $V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$. Лучевой эллипсоид при этом вытянут в вертикальном направлении z .

Это двуосный кристалл, так как в плоскости x, z существуют два направления, для каждого из которых сечения лучевого эллипсоида — окружность. Угол между осями двуосного кристалла обычно довольно мал, это острый угол, а не прямой.

Факультативная вставка.

То, что две оптические оси кристалла лежат в плоскости x, z при условии $V_x < V_y < V_z$, будет понятно, если рассмотреть сечение лучевого эллипсоида, в плоскости которого лежит ось y , и мысленно поворачивать плоскость сечения лучевого эллипсоида вокруг этой оси y , для которой главное значение диэлектрической проницаемости имеет среднее из трех значений.

В горизонтальном положении сечения ось y эллипса сечения длиннее второй оси x , так как $V_y > V_x$. В вертикальном положении сечения эллипса, ось y короче, чем вторая ось z , так как $V_y < V_z$. Тогда из соображений

непрерывности существует такая промежуточная ориентация плоскости сечения при ее повороте вокруг оси y , не горизонтальная и не вертикальная, при которой обе оси эллипса сечения равны по длине.

Направление перпендикулярное этому сечению — оптическая ось. Если эту ось отразить относительно плоскости y, z или относительно плоскости x, y , то новое направление — это вторая оптическая ось. Если для диэлектрических осей кристалла выполняется неравенство $\varepsilon_x > \varepsilon_y > \varepsilon_z$, то обе оптические оси кристалла лежат в плоскости x, z .

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Обыкновенный и необыкновенный луч.

Рассмотрим одноосный кристалл. Выберем направление оси z вдоль оптической оси кристалла. Тогда $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$. Для наглядности будем считать, что ось z направлена вертикально.

Рассмотрим произвольное центральное сечение лучевого эллипсоида.

Одна полуось сечения эллипсоида обязательно горизонтальна, равна радиусу окружности горизонтального сечения эллипсоида $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ и равна

лучевой скорости одного из лучей. Следовательно, для любого направления луча $\vec{S}$ скорость одного из двух лучей не зависит от направления луча. Это — так называемый обыкновенный луч, так как его поведение аналогично поведению луча в изотропной среде, где также скорость луча не зависит от направления.

Длина второй полуоси сечения лучевого эллипсоида зависит от направления сечения. Следовательно, скорость второго луча зависит от его направления. Поэтому второй луч называют необыкновенным.

Рассмотрим плоскопараллельную пластину, вырезанную из одноосного кристалла.

Неполяризованный свет, падая на кристалл под произвольным углом, расщепляется на два луча. Если пластину вращать вокруг ее нормали, то один из лучей, выходящих из пластинки, будет смещаться, оставаясь параллельным падающему на пластинку лучу. Этот луч называют необыкновенным. Второй луч на выходе одноосного кристалла не будет смещаться при вращении кристаллической пластинки, это — обыкновенный луч. В двуосных кристаллах оба луча — необыкновенные.

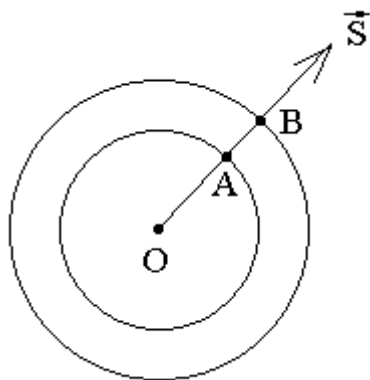
Факультативно. Построение двойной лучевой поверхности с помощью лучевого эллипсоида.

Не надо путать лучевую поверхность с лучевым эллипсоидом.

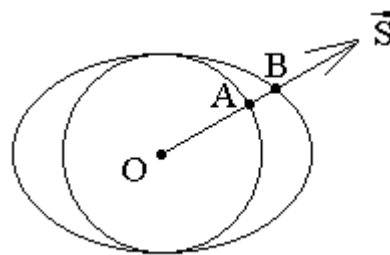
Из точки O для каждого направления луча $\vec{S}$ отложим два отрезка OA и OB , равных лучевым скоростям двух лучей в этом направлении $\vec{S}$. Значения этих лучевых скоростей равны длинам полуосей сечения лучевого эллипсоида.

При этом рассматривается сечение перпендикулярное выбранному направлению луча $\vec{S}$. Каждая из двух точек A и B при изменении направления луча $\vec{S}$ создает свою поверхность. Для двуосного кристалла каждая лучевая поверхность — поверхность четвертого порядка. Для одноосного кристалла скорость одного из лучей не зависит от направления луча, и соответствующая лучевая поверхность — сфера, для второго луча лучевая поверхность — эллипсоид вращения с вертикальной осью симметрии.

На следующем рисунке изображены сечения двойной лучевой поверхности одноосного кристалла двумя ортогональными плоскостями. Одна из двух лучевых поверхностей — сфера, а вторая — эллипсоид вращения. Эллипсоид может быть вытянут или приплюснут (как на рисунке) вдоль оси симметрии. Если рассматриваемый эллипсоид приплюснут, то соответствующий ему лучевой эллипсоид вытянут, и наоборот.



Сечение $\perp$ вертикальной оси z .



Сечение $\perp$ оси в горизонтальной плоскости, например оси x или оси y .

Точки A и B не могут быть так расположены, а как могут?

Факультативно. Построения Гюйгенса в изотропной и анизотропной среде.

Построения Гюйгенса нужны для того, чтобы из положения фронта волны в некоторый момент времени получить положение того же фронта волны в более поздний момент. Построения Гюйгенса выполняются в соответствии с принципом Гюйгенса.

Согласно принципу Гюйгенса каждая точка фронта волны является вторичным источником волны, исходящей из этой точки во все стороны. Для некоторого промежутка времени τ рассматривается множество точек, в которые приходят волны, излученные в начале этого промежутка вторичными источниками, расположенными на исходном фронте волны. Множество точек образует объем. Граница этого объема в направлении движения волны и будет согласно построениям Гюйгенса новым фронтом волны.

Для фронта волны в виде очень короткого светового импульса принцип Гюйгенса выполняется строго, для монохроматической волны — приближенно. Заметные отклонения от принципа Гюйгенса могут быть в том случае, когда амплитуда волны в разных точках фронта сильно различается.

Сначала излишне подробно проведем построения Гюйгенса в изотропной среде, чтобы затем аналогичные построения в кристалле были понятнее.

Рассмотрим границу вакуума и изотропной среды.

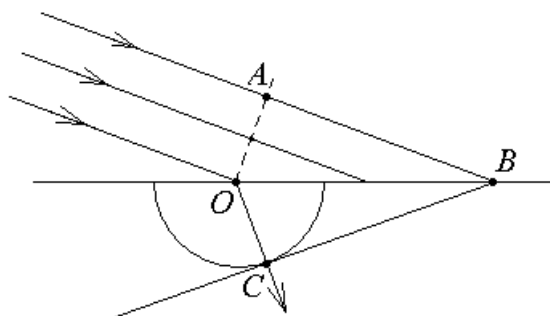
$V_1 = c$ — скорость света в вакууме.

$V_2 = \frac{c}{n}$ — скорость света в изотропной среде.

Пусть на границу раздела падает плоская световая волна. Ей соответствует параллельный пучок лучей.

Алгоритм построения Гюйгенса схематически представим в виде следующей логической цепочки:

$O \Rightarrow A \Rightarrow B \Rightarrow \tau \Rightarrow$ полусфера $\Rightarrow$
 новый фронт волны $\Rightarrow$ направление преломленного луча.



1). Выберем точку O на границе двух сред.

2). Построим фронт падающей волны, проходящий через точку O , и выберем точку A на этом фронте и одновременно в плоскости падения волны (в плоскости рисунка).

3). Проведем луч падающей волны через точку A и найдем точку B — точку пересечения луча и границы вакуум-среда.

4). Найдем время τ распространения луча от A до B : $\tau = \frac{AB}{c}$.

5). Построим в среде под границей раздела полусферу с центром в точке O и радиусом $V_2\tau = \frac{c}{n}\tau$.

Предположим, что на границу среды падает не монохроматическая волна, а короткий световой импульс с фронтом OA .

В начальный момент времени промежутка времени τ свет находится на фронте OA .

Пока свет за время τ проходит путь из точки A в точку B , из точки O он может достичь любой точки на поверхности полусферы радиусом $\frac{c}{n}\tau$.

Из симметрии задачи следует, что фронт волны в среде после преломления — плоский фронт. Эта новая плоскость фронта волны проходит через точку B и касается сферы с центром в точке O , потому что в соответствии

с принципом Гюйгенса из точки O за время τ свет должен прийти до этой плоскости нового фронта волны и не может войти за эту плоскость.

Через точку B можно по-разному провести плоскость касательную к сфере, поэтому уточним положение касательной плоскости.

При построении рисунка мы подразумевали, что волновой вектор $\vec{k}$ падающей волны лежит в плоскости рисунка. Тогда перпендикуляр к рисунку, проходящий, например, через точку A , целиком лежит на фронте волны, проходящем через эту точку A . Аналогично, перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B , лежит на фронте падающей волны, проходящем через точку B .

Если перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B , лежит на фронте волны падающей на границу, то все точки на этом перпендикуляре имеют одинаковую фазу колебаний. Следовательно, перпендикуляр лежит и на фронте волны под границей среды, так как при преломлении света фаза волны не изменяется.

Таким образом, касающаяся сферы плоскость фронта волны в среде проходит не только через точку B , но и через перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B . Такая плоскость единственная.

6). Строим плоскость нового фронта преломленной волны через перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B , так чтобы плоскость фронта касалась сферы с центром в точке O и радиусом $\frac{c}{n}\tau$.

7). Свет из точки O должен прийти до нового фронта волны, следовательно, из точки O свет идет в точку касания сферы с новым фронтом. Обозначим эту точку касания, как точку C .

8). OC — направление преломленного луча.

9). Из построений Гюйгенса можно вывести закон преломления (закон Снеллиуса). И действительно.

$$\text{С одной стороны } OB = \frac{AB}{\sin(\angle AOB)} = \frac{\frac{c}{n_1}\tau}{\sin(\alpha_1)} = \frac{c\tau}{n_1 \sin(\alpha_1)},$$

$$\text{а с другой стороны } OB = \frac{OC}{\sin(\angle CBO)} = \frac{\frac{c}{n_2}\tau}{\sin(\alpha_2)} = \frac{c\tau}{n_2 \sin(\alpha_2)}, \text{ тогда}$$

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2).$$

Теперь проведем аналогичные построения Гюйгенса для кристалла.

Алгоритм построения Гюйгенса для границы вакуум-кристалл:

$O \Rightarrow A \Rightarrow B \Rightarrow \tau \Rightarrow \text{лучевая поверхность} \Rightarrow$
 фронт преломленной волны $\Rightarrow$ преломленный луч $\Rightarrow \vec{V}_л \Rightarrow \vec{V}_ф$.

Рассмотрим этот алгоритм подробнее.

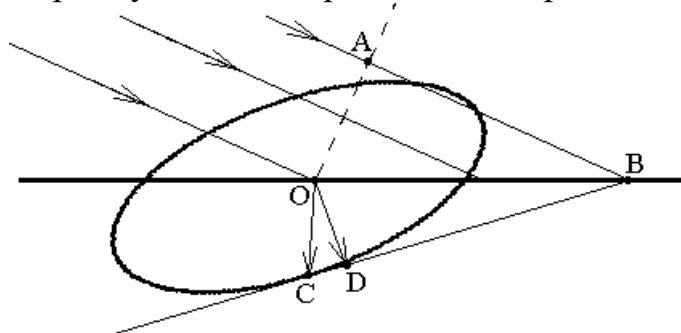
1). Выберем точку O на поверхности кристалла.

2). Построим фронт падающей волны, проходящей через точку O , и выберем точку A на этом фронте волны и в плоскости падения.

3). Проведем луч падающей волны из точки A до поверхности кристалла и получим точку B .

4). Найдем время распространения волны от точки A до точки B : $\tau = \frac{AB}{c}$.

5). Построим лучевую поверхность с центром в точке O , растянутую в τ раз. Чтобы не загромождать рисунок построим только одну из двух лучевых поверхностей. Свет с лучевой скоростью $\vec{V}_l$ за время τ достигнет из точки O точек растянутой в τ раз лучевой поверхности под границей раздела сред.



Лучевая поверхность обладает симметрией. Плоскости ее зеркальной симметрии проходят через любую пару главных диэлектрических осей кристалла.

6). Перпендикуляр к рисунку, проходящий через точку B , лежит на фронте волны, падающей на границу кристалла, и на фронте преломленной волны. Проведем плоскость нового фронта волны через перпендикуляр, проходящий через точку B , так, чтобы плоскость нового фронта касалась растянутой в τ раз лучевой поверхности, построенной вокруг точки O .

7). Построим преломленный луч из точки O в точку касания C . Заметим, что точка C не обязана лежать в плоскости рисунка.

8). $\vec{V}_l = \frac{\vec{OC}}{\tau}$ — лучевая скорость преломленной световой волны.

9). Опустим из точки O перпендикуляр на фронт преломленной волны, касающийся растянутой в τ раз лучевой поверхности с центром в точке O . Обозначим основание перпендикуляра, как точку D . Точка D обязана находиться в плоскости рисунка. Точка D не лежит на растянутой лучевой поверхности.

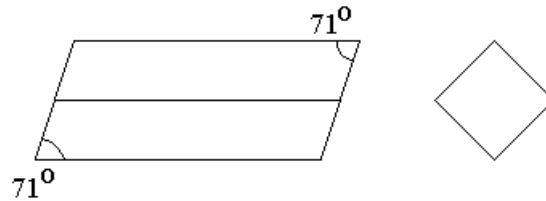
10). $\vec{V}_\phi = \frac{\vec{OD}}{\tau}$ — фазовая скорость преломленной световой волны, равная

составляющей вектора $\vec{V}_l$ в направлении перпендикулярном фронту преломленной волны.

11). Аналогичные построения нужно провести и для второй лучевой поверхности, чтобы найти направление, лучевую и фазовую скорости второго преломленного луча.

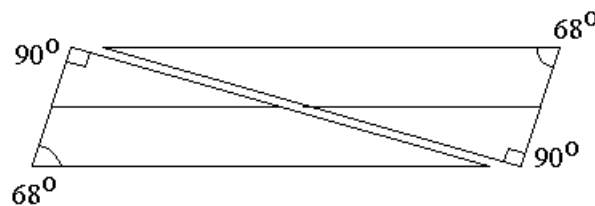
Экзамен. Поляризаторы на основе призм Николь и Волласто́на.

Николь изготавливают из естественного кристалла исландского шпата, который имеет форму ромбоэдра:



Боковые грани ромбоэдра стачивают так, чтобы превратить угол 71° в 68° .

Кристалл разрезают вдоль диагональной плоскости, предварительно подобрав длину кристалла так, чтобы получить углы 90° :

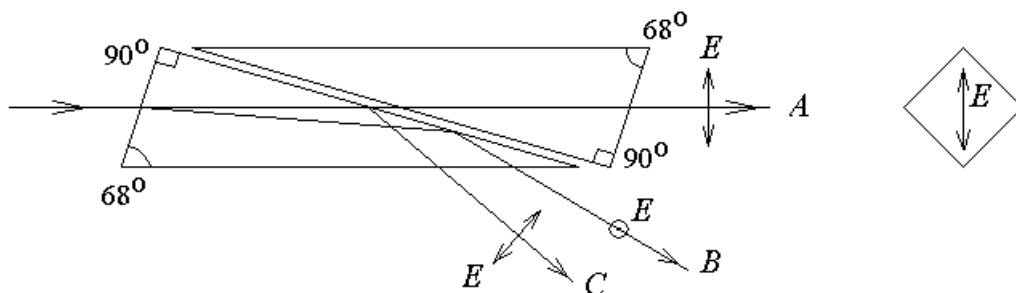


Исландский шпат — одноосный кристалл с показателями преломления

$$n_o = 1.66 = \sqrt{\varepsilon_x} = \sqrt{\varepsilon_y} \text{ для обыкновенного луча и}$$

$n_e = 1.49 = \sqrt{\varepsilon_z}$ для необыкновенного луча, когда он поляризован вдоль оптической оси z .

Две части склеивают канадским бальзамом, который имеет промежуточный показатель преломления $n = 1.53$.



Луч B , поляризованный перпендикулярно плоскости рисунка, испытывает полное внутреннее отражение, поэтому в прошедшем горизонтально луче A нет поляризации перпендикулярной плоскости рисунка. Прошедший луч A полностью поляризован. Так из неполяризованного света на входе призмы Николь на ее выходе получается линейно поляризованный свет.

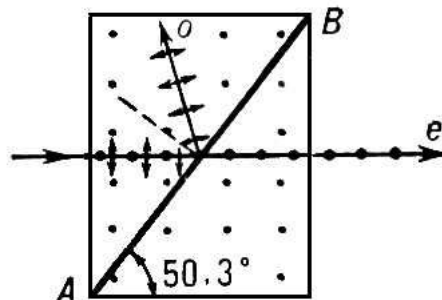
Лучи B и C после отражения от канадского бальзама попадают на зачерненные нижние грани призмы Николь и полностью поглощаются.

Слой канадского бальзама должен быть достаточно толстым, чтобы можно было пренебречь амплитудой плоской неоднородной волны при полном внутреннем отражении на дальней границе слоя канадского бальзама.

На экзамене достаточно сказать, что Николь делают из одноосного кристалла, который разрезают и склеивают прозрачным клеем с показателем преломления промежуточным между показателями преломления обыкновенного n_o и необыкновенного n_e лучей кристалла. Одна из двух линейных поляризаций испытывает полное внутреннее отражение в месте склейки, а вторая поляризация частично проходит и дает линейно поляризованный свет на выходе из призмы Николя.

Факультативная вставка.

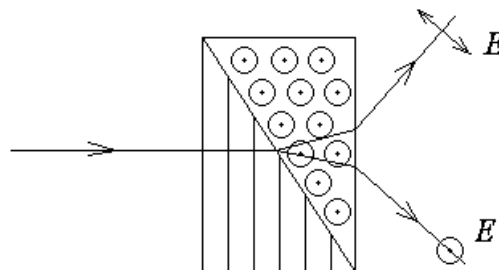
В последнее время вместо призмы Николя обычно используется поляризационная призма Глана — Тейлора. В этой призме две призмы из исландского шпата разделены воздушным зазором вместо зазора с канадским бальзамом.



Угол 50.3° треугольной кристаллической призмы рассчитан таким образом, что при нормальном падении света на одну из граней призмы Глана — Тейлора происходит полное внутреннее отражение для одной из двух линейных поляризаций света.

Конец факультативной вставки.

Призма Волласто́на.



Одноосный кристалл разрезают, одну половину поворачивают на 90° и две половины склеивают так, чтобы ось кристалла в двух половинах образца была направлена взаимно ортогонально. На рисунке это вертикальное направление для левой части кристалла и направление перпендикулярное плоскости рисунка для правой части кристалла.

Если толщина клея мала (оптический контакт), то величина его показателя преломления не важна.

На склеенной границе луч одной поляризации переходит в среду с бóльшим показателем преломления, а луч другой поляризации переходит в

среду с меньшим показателем преломления. Один луч при этом поворачивает вверх в сторону нормали к границе, а другой — вниз.

Два луча расходятся на склеенной границе. При выходе из кристалла лучи расходятся еще больше.

Факультативная вставка.

Поляризационный куб — устройство, которое свет одной линейной поляризации пропускает, а свет ортогональной поляризации отражает. Куб состоит из двух склеенных призм, между которыми нанесено многослойное диэлектрическое покрытие. Свет падает на покрытие под углом Брюстера и взаимодействует с диэлектрическим покрытием как со стопой стеклянных пластин расположенных под углом Брюстера.

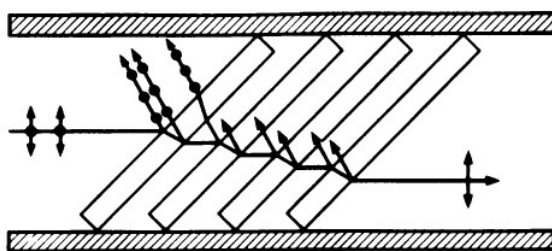
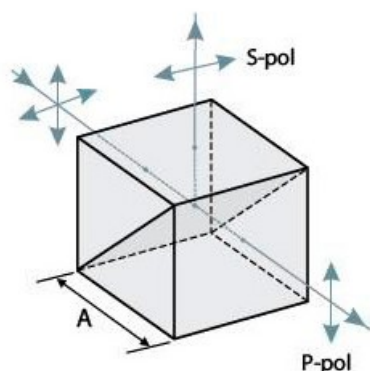


Рис.3 Стопа стеклянных пластин расположенных под углом Брюстера.

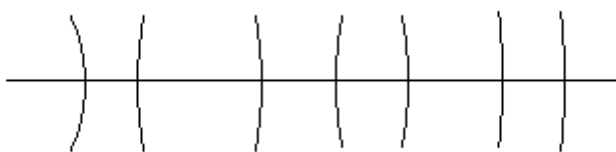
<http://www.holographypro.com/ru/spravochnik/elementy-opticheskikh-skhem/polyarizatsionnyj-svetodelitel>

Конец факультативной вставки.

Геометрическая оптика.

Экзамен. Центрированные оптические системы. Оптическая ось.

Центрированная оптическая система — это такая система, в которой все преломляющие границы сферические, и центры всех сфер лежат на одной прямой, называемой оптической осью системы.



Экзамен. Приближение параксиальной оптики.

Будем рассматривать только меридиональные лучи, то есть лучи, которые лежат в одной плоскости с оптической осью системы.

Приближение параксиальной оптики состоит в выполнении двух условий.

- 1). Все рассматриваемые лучи имеют малый угол с оптической осью.
- 2). Каждый луч, проходя преломляющую границу, находится на малом расстоянии от оптической оси. Расстояние мало по сравнению с радиусом кривизны преломляющей границы.

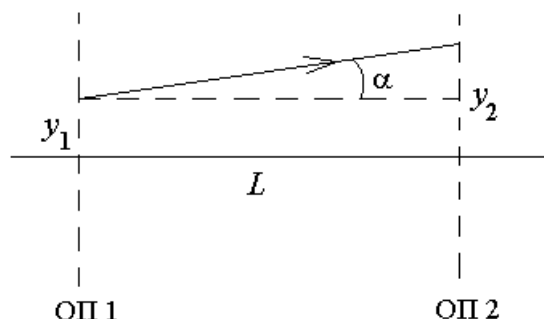
Следующие вопросы будем рассматривать в приближении параксиальной оптики, если не оговорено обратное условие.

Экзамен. Опорная плоскость. Трансляция луча.

Опорная плоскость — любая плоскость перпендикулярная оптической оси.

Трансляция луча — распространение луча в однородной среде.

Рассмотрим трансляцию луча между двумя опорными плоскостями.



Меридиональный луч не может выйти из плоскости первоначального направления луча и оптической оси. Будем считать, что плоскость рисунка совпадает с этой плоскостью. Будем считать, что ось x направлена вдоль оптической оси, а ось y направлена в плоскости рисунка перпендикулярно оптической оси.

Чтобы описать поведение меридионального луча достаточно рассмотреть два параметра луча:

1). y — y -координата луча в плоскости рисунка, модуль которой равен расстоянию от луча до оптической оси.

2). α — угол между лучом и оптической осью, который будем считать положительным, если в направлении луча y -координата луча возрастает.

В приближении параксиальной оптики тангенс малого угла α равен его синусу и равен самому углу:

$$\operatorname{tg}(\alpha) \approx \sin(\alpha) \approx \alpha.$$

Из рисунка видно, как изменяется параметр y при переходе от одной опорной плоскости к другой:

$y_2 = y_1 + \alpha L$, где L — расстояние между опорными плоскостями, α — угол между лучом и оптической осью.

$$y_2 = y_1 + \alpha L \text{ — уравнение трансляции луча.}$$