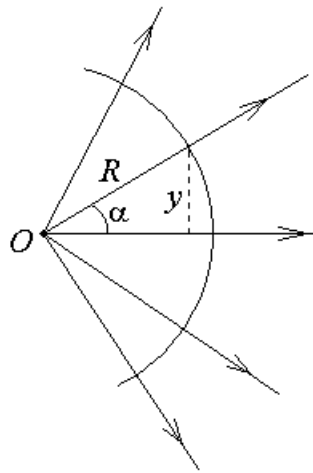


Экзамен. Гомоцентрический пучок лучей. Приведенный радиус кривизны.
Правило ABCD.

Гомоцентрический пучок лучей — это пучок, образованный лучами, выходящими из одной точки на оптической оси, или лучами, идущими в одну точку на оптической оси.

В изотропной среде лучи перпендикулярны поверхности равных фаз. Гомоцентрическому пучку лучей соответствует сферический фронт волны.

По определению $\frac{R}{n}$ — приведенный радиус гомоцентрического пучка лучей, где R — радиус соответствующего сферического фронта волны, n — показатель преломления среды.



Для любой точки гомоцентрического пучка лучей выполняется соотношение $y = \alpha R$ с учетом малости угла α в приближении параксиальной оптики. Здесь y — расстояние от точки на фронте волны до оптической оси, α — угол между лучом, проходящем через рассматриваемую точку, и оптической осью. С учетом равенства $y = \alpha R$ получим $\frac{R}{n} = \frac{y}{n\alpha}$ — приведенный радиус равен отношению двух координат луча в формализме матричной оптики.

Пусть гомоцентрический пучок лучей проходит через оптическую систему с заданной матрицей $\hat{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$. Тогда $\begin{pmatrix} y_2 \\ n_2 \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ n_1 \alpha_1 \end{pmatrix}$ и

$$\frac{R_2}{n_2} = \frac{y_2}{n_2 \alpha_2} = \frac{A y_1 + B n_1 \alpha_1}{C y_1 + D n_1 \alpha_1} = \frac{A \cdot \frac{y_1}{n_1 \alpha_1} + B}{C \cdot \frac{y_1}{n_1 \alpha_1} + D} = \frac{A \cdot \frac{R_1}{n_1} + B}{C \cdot \frac{R_1}{n_1} + D}.$$

Откуда

$$\frac{R_2}{n_2} = \frac{A \frac{R_1}{n_1} + B}{C \frac{R_1}{n_1} + D} \text{ — это и есть правило ABCD, или правило преобразования}$$

приведенного радиуса гомоцентрического пучка лучей.

Факультативно. Гауссов пучок — хорошее приближение для описания лазерного пучка лучей.

На второй лекции мы рассматривали частные решения волнового уравнения $\Delta E - \frac{1}{V_\phi^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$, которые получали методом разделения

переменных. Сначала, разделяя временную и пространственные переменные, мы получили уравнение гармонических колебаний для зависимости от времени и уравнение Гельмгольца $\Delta R + k^2 R = 0$ для координатной зависимости. Далее, разделяя переменные в декартовых координатах, мы получили решения уравнения Гельмгольца, которым соответствуют решения волнового уравнения в виде плоских монохроматических волн.

Если при поиске частных решений уравнения Гельмгольца разделять переменные в других системах координат, то получаться решения волнового уравнения с другой симметрией.

При разделении переменных в цилиндрической системе координат получается, в частности, волна со спиральной поверхностью равных фаз. Эта волна имеет так называемый орбитальный момент импульса:

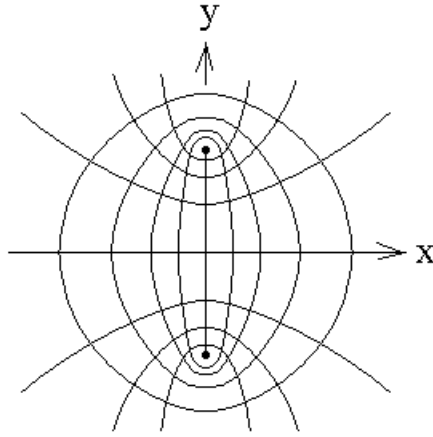
<http://igorivanov.blogspot.com/2011/04/oam.html>

Можно рассмотреть разделение переменных в эллиптической системе координат. В двумерном случае эллиптические координаты $\xi \geq 0$ и $0 \leq \eta \leq 2\pi$ вводятся через декартовы координаты x, y , гиперболический синус sh и гиперболический косинус ch следующим образом:

$$\begin{cases} x = a \cdot sh(\xi) \cdot \sin(\eta) \\ y = a \cdot ch(\xi) \cdot \cos(\eta) \end{cases}, \text{ где } \begin{cases} sh(\xi) \equiv \frac{e^\xi - e^{-\xi}}{2} \\ ch(\xi) \equiv \frac{e^\xi + e^{-\xi}}{2} \end{cases}.$$

В таком случае линии постоянного значения ξ являются эллипсами, а линии постоянного значения η — гиперболами.

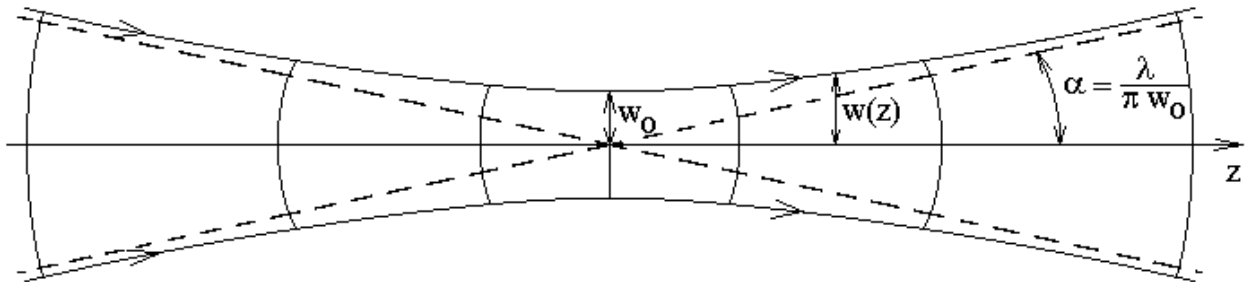
Все рассматриваемые эллипсы и гиперболы имеют два общих фокуса с декартовыми координатами $(0, a)$ и $(0, -a)$.



В трехмерном случае добавим в качестве третьей координаты угол поворота вокруг оси x .

Если при решении уравнения Гельмгольца $\Delta R + k^2 R = 0$ переменные разделять в эллиптической системе координат, то получатся решения, в которых лучи распространяются по гиперболам $\eta = \text{const}$. Если рассмотреть только лучи, составляющие малые углы с оптической осью, то получатся так называемые Гауссовы пучки. Гауссовы пучки являются хорошим приближением для описания излучения лазеров.

Изменим обозначение горизонтальной оси с x на z . Пусть световая волна распространяется вдоль оптической оси z и образует параксиальный пучок лучей. Примерный ход лучей и поверхности равных фаз изображены на ниже следующем рисунке.



Будем называть пучок лучей гауссовым, если комплексное поле $\tilde{E}$ световой волны можно найти по следующей формуле:

$$\tilde{E}(t, \vec{r}) = \tilde{E}_0 \cdot \frac{w_0}{w(z)} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) \cdot \exp\left(ik\left(z - \frac{x^2 + y^2}{2R(z)}\right) + i\phi(z)\right) \cdot \exp(-i\omega t) \quad (10.1)$$

$$\text{где } \left\{ \begin{array}{l} w^2(z) = w_0^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{2z}{kw_0^2} \right)^2 \right] \\ R(z) = -z \cdot \left[1 + \left(\frac{kw_0^2}{2z} \right)^2 \right] \\ \operatorname{tg}(\varphi(z)) = \frac{kw_0^2}{2z} \end{array} \right. \quad (10.2)$$

В приближении параксиальной оптики справедливо неравенство $w_0 \gg \lambda$.

Пунктирными линиями показаны асимптоты лучей при большом удалении от начала координат.

В формулах (10.1) и (10.2) величина $w(z)$ представляет собой зависимость радиуса пучка лучей от координаты z вдоль оптической оси, w_0 — радиус пучка лучей в самом узком месте, в так называемой шейке каустики при $z = 0$. Каустическая поверхность (каустика) в оптике — это поверхность, являющаяся огибающей семейства световых лучей, испущенных светящейся точкой и прошедших через оптическую систему. В приближении геометрической оптики эту поверхность имеет смысл рассматривать только с учетом сферической аберрации, которая будет рассмотрена позднее. В нашем случае рассмотрим луч, который находится как бы на краю пучка лучей. Каустическая поверхность — это поверхность, которая получается при вращении рассматриваемого луча вокруг оптической оси. Величина $R(z)$ представляет собой зависимость радиуса кривизны гомоцентрического пучка лучей от координаты z вдоль оптической оси, $\varphi(z)$ — фазовый сдвиг относительно фазы плоской волны, если бы она распространялась вдоль оси z .

В формуле (10.1) для электрического поля E световой волны само поле E умышленно указано без значка вектора, так как направление вектора E различно в разных точках гауссова пучка. В каждой пространственной точке вектор E перпендикулярен лучу в этой точке.

Свойства гауссовых пучков.

1). Лучи распространяются по гиперболам, а не по прямым линиям, как того требует принцип Ферма (мы рассмотрим принцип Ферма чуть позднее).

2). Фазовая скорость волн в пустоте не равна универсальной константе c , так как сдвиг фаз $\varphi(z)$ в выражении (10.1) является функцией координаты z , что видно из третьей формулы системы (10.2). Фазовую скорость можно найти из уравнения поверхности равных фаз, которая получается, если приравнять фазу уравнения (10.1) константе:

$$kz - k \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + \varphi(z) - \omega t = \text{const}.$$

Для простоты рассмотрим фазовую скорость только вдоль оптической оси, когда $x = 0$ и $y = 0$, и получим

$$kz + \varphi(z) - \omega t = \text{const}.$$

Продифференцируем это уравнение по времени, считая z и φ функциями времени, и получим:

$$k \frac{dz}{dt} + \frac{d\varphi}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} - \omega = 0 \Rightarrow V_\varphi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k + \frac{d\varphi}{dz}} > \frac{\omega}{k} = c.$$

Здесь неравенство получено с учетом производной от равенства

$$\text{tg}(\varphi) = \frac{k w_0^2}{2z} \text{ по } z:$$

$$\frac{1}{\cos^2(\varphi)} \cdot \frac{d\varphi}{dz} = -\frac{k w_0^2}{2z^2}, \text{ откуда } \frac{d\varphi}{dz} = -\frac{k w_0^2}{2z^2} \cdot \cos^2(\varphi) < 0.$$

То есть фазовая скорость отличается от универсальной константы c .

3). Чем более узкой оказывается шейка каустики, тем больше расходимость пучка лучей.

Угловой радиус расходимости равен $\alpha = \frac{\lambda}{\pi w_0} \approx \frac{\lambda}{2w_0}$. Такая величина

углов дифракции характерна для дифракции на препятствии размером $2w_0$, например для дифракции на отверстии диаметром $2w_0$.

4). Шейка каустики не отображается линзой по законам геометрической оптики. Это необходимо учитывать при попытке сфокусировать лазерное излучение.

Гауссов пучок после линзы снова становится гауссовым пучком, только с другими параметрами. Это позволяет найти, как линза изменяет положение шейки каустики.

На практике при попытке сфокусировать лазерное излучение возникает следующая задача. Известен радиус шейки каустики w_{01} и z_1 — координата линзы относительно шейки каустики. Требуется найти радиус шейки каустики w_{02} после линзы и координату линзы z_2 относительно новой шейки каустики. Для решения этой задачи нужно сделать следующее:

а). Сначала найдем R_1 — радиус кривизны фронта волны в точке с координатой $z = z_1$ непосредственно перед линзой по второй формуле системы (10.2)

$$R_1(z) = -z_1 \cdot \left[1 + \left(\frac{k w_{01}^2}{2z_1} \right)^2 \right]$$

по известным параметрам w_{01}, z_1 пучка лучей до линзы.

б). Найдем радиус w_1 пучка лучей на линзе по формуле 1 системы (10.2) также по известным величинам w_{01}, z_1 пучка лучей до линзы:

$$w_1^2(z) = w_{01}^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{2z_1}{kw_{01}^2} \right)^2 \right].$$

Теперь будем искать параметры пучка лучей после линзы.

в). При прохождении света через толщину тонкой линзы дифракция не успевает проявиться, поэтому радиус кривизны R_2 фронта волны сразу за линзой можно найти по правилу ABCD геометрической оптики из величины радиуса кривизны R_1 фронта волны непосредственно перед линзой:

$$R_2 = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D},$$

где для тонкой линзы $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi & 1 \end{pmatrix}$, где $\Phi = \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$.

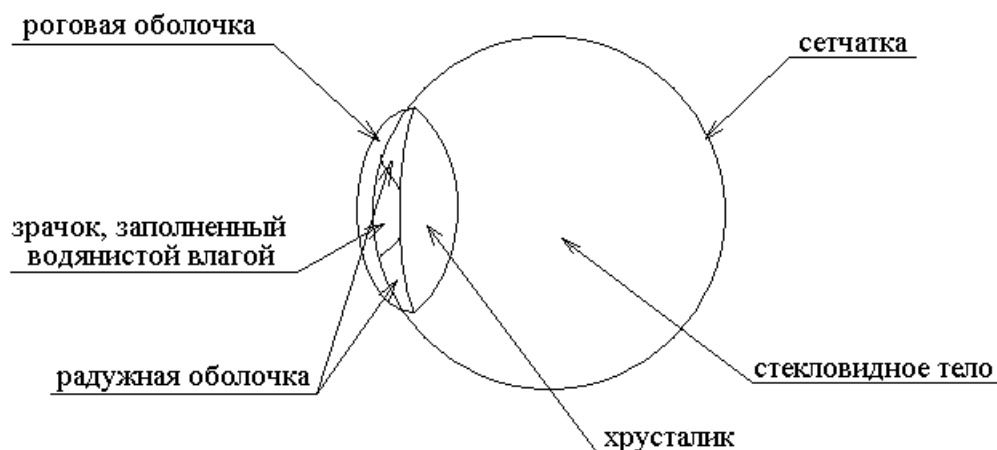
Радиус пучка лучей при прохождении через тонкую линзу не изменяется, поэтому $w_2 = w_1$.

г). Решим теперь систему из первых двух уравнений системы (10.2)

$$\begin{cases} w_2^2(z_2) = w_{02}^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{2z_2}{kw_{02}^2} \right)^2 \right] \\ R_2(z_2) = -z_2 \cdot \left[1 + \left(\frac{kw_{02}^2}{2z_2} \right)^2 \right] \end{cases}$$

относительно неизвестных величин w_{02} и z_2 для пучка лучей после линзы при уже известных величинах w_2 — радиуса пучка лучей на линзе, и R_2 — радиуса кривизны фронта волны сразу за линзой. Решение этой системы позволяет найти положение $-z_2$ новой шейки каустики относительно линзы и новый радиус шейки каустики w_{02} .

Экзамен. Глаз.



Рассмотрим устройство глаза, мысленно двигаясь по ходу луча.

Сначала свет проходит роговую оболочку, которая защищает глаз от механических повреждений. Под роговой оболочкой свет проходит через зрачок глаза, заполненный водянистой влагой. Зрачок по периметру ограничен радужной оболочкой. Радужная оболочка не пропускает свет и представляет собой диафрагму, которая защищает глаз от избыточной засветки. Диаметр диафрагмы, той ее части, которая открыта для света, изменяется рефлекторно в зависимости от освещенности глаза. Если смотреть человеку в глаза, то центральная часть глаза выглядит, как черный кружок. Это и есть зрачок глаза. Зрачок глаза выглядит черным, так как свет проходит через зрачок в глаз и почти не отражается назад.

После зрачка свет попадает в хрусталик глаза. Хрусталик глаза представляет собой линзу, которая отображает рассматриваемый глазом предмет на заднюю стенку глаза. После линзы хрусталика свет проходит стекловидное тело, которое представляет собой основной объем глаза. На задней стенке стекловидного тела расположена сетчатка глаза, состоящая из светочувствительных клеток. В случае отслоения сетчатки ее пытаются приварить лазерным лучом.

Глазные мышцы позволяют сделать линзу хрусталика глаза более или менее выпуклой. При этом изменяется оптическая сила хрусталика. Способность глазных мышц подстраивать оптическую силу хрусталика так, чтобы изображение рассматриваемого предмета попадало на сетчатку глаза, называется аккомодацией глаза.

Обычно, обсуждая согласование какого-либо оптического прибора с глазом человека, считают, что глаз аккомодирован на бесконечность.

В случае помутнения хрусталика (катаракта) его заменяют кварцевой линзой.

Экзамен. Три цвета радуги. Свет и цвет.

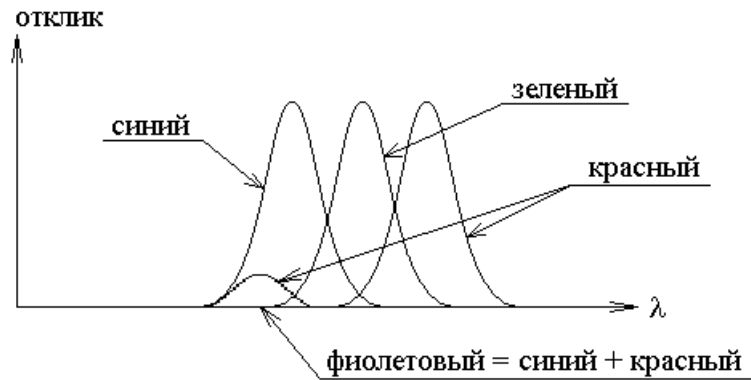
Свет имеет цвет.

Сетчатка глаза состоит из светочувствительных клеток двух типов.

Клетки одного типа (палочки) реагируют только на интенсивность света и позволяют видеть в полутьме. В экваториальных широтах, где день быстро сменяется ночью, границей дня и ночи считается момент, когда пропадают цвета.

Другие клетки чувствительные к цвету (колбочки) бывают трех типов. Они по-разному реагируют на свет разных длин волн. К коротким волнам (синий свет) чувствительны колбочки типа 'S' (short), к средним волнам (зеленый свет) — типа 'M' (medium), к длинным (красный свет) — 'L' (long).

Очень грубо (не в масштабе) зависимость чувствительности колбочек от длины волны света представлены на ниже следующем рисунке.



Поскольку глаз имеет только три разных отклика на свет, то и цветов радуги только три, а не семь. Так одна точка цветного изображения монитора содержит три светодиода трех разных цветов: синего, зеленого и красного. Эти три светодиода позволяют создавать любые оттенки цвета.

Несколько иначе обстоит дело с красками. Краски бывают двух типов: рассеивающие нужный свет или пропускающие его насквозь. Например, краски цветного струйного принтера пропускают нужный свет.

- 1). Желтая краска поглощает синий свет, а остальные цвета пропускает.
- 2). Лиловая краска поглощает зеленый свет.
- 3). Бирюзовая — красный.

Белый свет — это суперпозиция красного, зеленого и синего света. Белый свет, проходя через принтерную краску, окрашивается, достигает белой бумаги, рассеивается и проходит обратно через краску, окрашиваясь еще сильнее.

Поглощая в нужных пропорциях разные цвета из белого света, можно добиться любого оттенка рассеянного белой бумагой света.

Факультативно. Фотометрический парадокс Ольберса.

Все небо должно светиться от звезд при любой средней концентрации звезд в бесконечной Вселенной.

И действительно, пусть n — средняя концентрация звезд, σ — площадь поперечного сечения одной звезды, r — расстояние от Земли до звезды. Тогда

$\Omega = \frac{\sigma}{r^2}$ — телесный угол, под которым с Земли видна звезда. Рассмотрим

вокруг Земли сферический слой с радиусами r и $r+dr$. Объем слоя $dV = 4\pi r^2 dr$, количество звезд в этом слое $dN = n dV = 4\pi r^2 n dr$. Суммарный телесный угол, под которым видны звезды сферического слоя:

$$d\Omega = \frac{\sigma}{r^2} dN = \frac{\sigma}{r^2} 4\pi r^2 n dr = 4\pi \sigma n dr.$$

Если просуммировать телесные углы по всем r от нуля до бесконечности, то интеграл расходится на бесконечности. То есть, все небо должно светиться от звезд. Почему же оно не светится? Этому парадоксу может быть несколько объяснений.

Первое объяснение состоит в том, что средняя концентрация звезд во Вселенной равна нулю. И в этом нет ничего удивительного.

И действительно. Средняя плотность вещества в атомном ядре очень велика, но ядра атомов, например в твердой или жидкой фазе вещества, из которых состоит планета, расположены далеко друг от друга по сравнению с размерами одного атомного ядра. Поэтому средняя плотность вещества на планете гораздо ниже средней плотности вещества в атомном ядре.

Планеты Солнечной системы расположены далеко друг от друга по сравнению с размерами планет, поэтому средняя плотность вещества в Солнечной системе гораздо ниже средней плотности вещества одной планеты.

Звезды нашей галактики расположены далеко друг от друга по сравнению с размерами Солнечной системы, поэтому средняя плотность вещества в нашей галактике гораздо меньше средней плотности вещества в Солнечной системе.

Звездные галактики расположены далеко друг от друга по сравнению с размерами одной галактики, поэтому средняя плотность вещества в видимой части Вселенной гораздо меньше средней плотности вещества в нашей галактике.

Если предположить, что эта тенденция продолжается и в более крупных масштабах, то средняя плотность вещества во Вселенной может оказаться меньше любой наперед заданной величины, то есть может оказаться нулевой величиной.

Второе объяснение парадокса состоит в том, что Вселенная родилась в результате Большого взрыва, который был примерно 15 миллиардов лет назад. В таком случае мы не можем видеть свет звезд, которые расположены от нас на расстоянии дальше 15 миллиардов световых лет. Не можем, так как для нашего наблюдения сейчас эти звезды должны были бы излучить свет больше, чем 15 миллиардов лет назад, то есть тогда, когда этих звезд еще не было. Следовательно, складывать телесные углы звезд от сферических слоев нужно не до бесконечного радиуса, а только до радиуса 15 миллиардов световых лет. В результате интеграл сходится к конечной величине, и большая часть неба остается свободной от светящихся звезд.

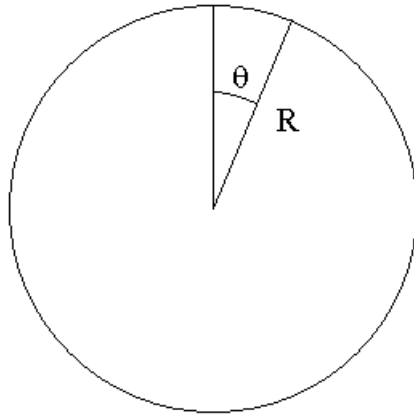
Здесь полезно сделать замечание, основанное на представлениях о кривом пространстве-времени теории относительности. Представьте себе, что наше пространство искривлено.

А как это представить? Можно рассмотреть кривое пространство в более простом двумерном случае вместо реального трехмерного кривого пространства. Простейшее кривое двумерное пространство — это поверхность сферы. Радиус кривизны этого пространства — это радиус сферы. Любой малый участок этой сферы почти не искривлен, если размеры рассматриваемого участка гораздо меньше радиуса кривизны. Аналогично наше трехмерное пространство, если рассмотреть малый его участок по сравнению с радиусом кривизны пространства, то окажется, что пространство почти не искривлено.

Вернемся к двумерному пространству поверхности сферы. Большой взрыв, в результате которого все звезды разлетаются, можно рассматривать, как увеличение со временем радиуса сферы. Расстояния между двумя любыми точками на сфере при этом увеличиваются во времени пропорционально

радиусу сферы. Может оказаться так, что даже со скоростью света нельзя добраться от одной точки сферы до другой. Для этого достаточно, чтобы радиус сферы увеличивался с постоянным ускорением. При этом одна часть пространства оказывается принципиально недоступной для другой части пространства. Для каждой точки в таком случае есть некоторый горизонт, за которым находится недоступная для изучения реальность. Некоторые объекты со временем могут уходить за этот горизонт и становиться недоступными.

За малый промежуток времени dt угловое перемещение по сфере со скоростью света c равно $d\theta = \frac{c dt}{R}$, где R — радиус сферы.



Если, например $R(t) = R_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$, то интеграл $\theta = \int_{t_0}^{\infty} d\theta = \int_{t_0}^{\infty} \frac{c dt}{R(t)}$

сходится. То есть за бесконечное время можно переместиться по сфере только на конечный угол. Если этот угол меньше начального угла между двумя точками, то эти точки недоступны друг для друга.

Согласно современным данным вселенная расширяется с ускорением, хотя предполагают, что даже на ранних стадиях расширения радиус кривизны пространства возрастал быстрее скорости света (теория инфляции).

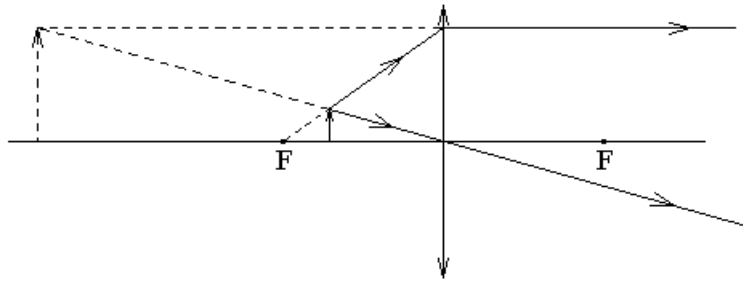
Если часть пространства недоступна, то и свет звезд от этой части пространства отсутствует. Может быть, не все небо светится именно поэтому?

Экзамен. Лупа. Увеличение лупы.

Лупа — это собирающая линза, предназначенная для получения увеличенного мнимого изображения предмета.

Обычно лупа имеет оптическую силу больше четырех диоптрий $\Phi > 4$. Одна диоптрия равна одному обратному метру $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$.

Для получения увеличенного мнимого изображения предмет нужно расположить рядом с передним фокусом линзы и чуть ближе к линзе, чем расположен сам фокус.



Пусть положение предмета стремится к фокусу со стороны линзы, тогда мнимое изображение предмета становится очень большим, но расположено оно очень далеко. При этом угловой размер изображения стремится к константе.

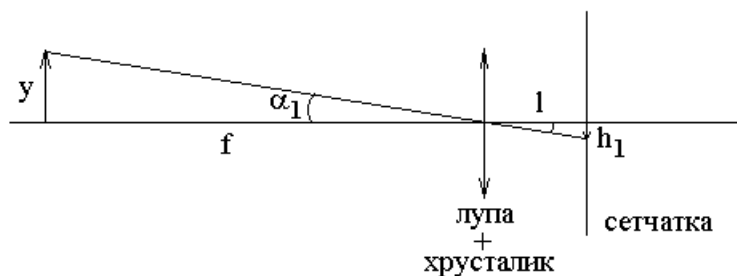
Увеличенное мнимое изображение находится далеко, поэтому его видимый глазом угловой размер не зависит от расстояния между линзой и глазом. По мере приближения глаза к линзе меняется только угол обзора. Чем ближе глаз расположен к лупе, тем шире обзор.

Увеличением лупы называется отношение размеров изображения предмета на сетчатке глаза в двух разных опытах. Первый опыт — наблюдение предмета через лупу, когда предмет находится в фокальной плоскости лупы. Второй опыт — наблюдение предмета без лупы, когда предмет находится на расстоянии 25 см от глаза — оптимальном расстоянии для рассматривания предмета глазом. Если расстояние от предмета до глаза меньше 25 см, то считается, что способности к аккомодации здорового глаза может не хватить для получения резкого изображения предмета на сетчатке глаза.

В первом случае при рассмотрении предмета через лупу увеличение не зависит от расстояния между лупой и глазом, поэтому для простоты будем считать, что глаз расположен вплотную к лупе.

Для анализа увеличения лупы будем для простоты рассуждений считать, что лупа вместе с хрусталиком глаза образуют одну тонкую линзу, с двух сторон от которой находится вакуум.

Рассмотрим луч, который проходит через центр линзы.



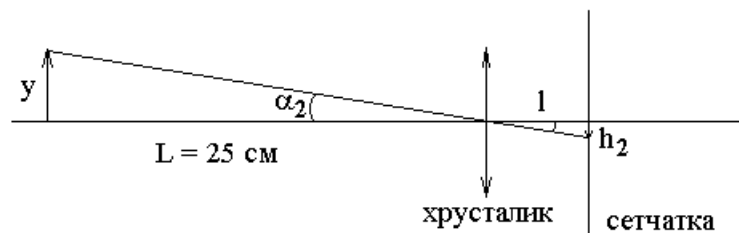
Как видно из рисунка, линейный размер изображения $h_1 = l\alpha_1$ на сетчатке глаза зависит только от углового размера α_1 рассматриваемого предмета, здесь l — расстояние от хрусталика до сетчатки.

Для анализа увеличения лупы нас интересует случай, когда рассматриваемый предмет находится в фокусе лупы, как это изображено на рисунке. Тогда

$$\alpha_1 = \frac{y}{f}$$

Предмет расположен в фокальной плоскости лупы. При этом глаз аккомодирован на бесконечность, так как свет от точечного источника, расположенного в фокальной плоскости лупы, после лупы идет параллельным пучком лучей, а параллельный пучок лучей дает точечное изображение на сетчатке глаза, если глаз аккомодирован на бесконечность.

Обсудим теперь рассмотрение предмета без лупы. Для анализа величины изображения на сетчатке глаза удобно рассмотреть луч, проходящий через центр линзы хрусталика глаза.



Здесь $\alpha_2 = \frac{y}{L}$ — угловой размер предмета.

Отношение размеров $\frac{h_1}{h_2}$ изображений предмета на сетчатке в двух опытах равно отношению угловых размеров $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$, так как $h_1 = l\alpha_1$ и $h_2 = l\alpha_2$, где l — расстояние от хрусталика до сетчатки. Тогда

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{y}{f}}{\frac{y}{L}} = \frac{L}{f}, \text{ где } L = 25 \text{ см} = 0.25 \text{ м}, f \text{ — фокусное расстояние}$$

лупы.

Следовательно, увеличение лупы:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{0.25 \text{ м}}{f} = \frac{\Phi}{4 \text{ дптр}}, \text{ где } f \text{ — фокусное расстояние в метрах, } \Phi \text{ —}$$

оптическая сила в диоптриях.

Для примера рассмотрим лупу, на оправе которой имеется надпись "2.5".

Надпись означает, что увеличение лупы равно $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 2.5$. Фокусное расстояние

такой лупы $f = \frac{0.25 \text{ м}}{2.5} = 0.1 \text{ м}$, а оптическая сила лупы

$$\Phi = 2.5 \times 4 \text{ дптр} = 10 \text{ дптр}.$$

Факультативная вставка.

Если мы рассмотрим собирающую линзу с фокусным расстоянием 0.25 м, то такая лупа будет иметь увеличение равное единице. Однако при

использовании такой лупы мы увидим, что она все-таки приближает изображение. Как же так?

Дело в том, что при выводе формулы увеличения лупы мы считали, что через лупу мы наблюдаем глазом аккомодированным на бесконечность, а без лупы глазом аккомодированным на рассмотрение предмета находящегося на удалении 0.25 м. Если в обоих случаях считать, что глаз аккомодирован на рассмотрение предмета находящегося на удалении 0.25 м, то лупа вместе с хрусталиком глаза будет иметь оптическую силу на $\frac{1}{L} = \frac{1}{0.25 \text{ м}} = 4 \text{ дптр}$

больше, чем в случае лупы и глаза аккомодированного на бесконечность. При этом предмет будет расположен не на фокусном расстоянии лупы, а на фокусном расстоянии лупы вместе с линзой оптической силой 4 дптр .

Фокусное расстояние такой линзы $\frac{1}{\frac{1}{f} + 4 \text{ дптр}} = \frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{L}}$. Соответственно

$$\alpha_1 = \frac{y}{\frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{L}}} = y \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{L} \right) \quad \text{и} \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_1}{\frac{y}{L}} = \frac{L}{f} + 1, \quad \text{где} \quad L = 25 \text{ см} = 0.25 \text{ м}, \quad f \text{ —}$$

фокусное расстояние лупы. То есть увеличение оказывается на единицу больше, чем пишут на оправе лупы.

Конец факультативной вставки.

Экзамен. Окуляр.

Окуляр, как и лупа, дает увеличенное мнимое изображение предмета.

В отличие от лупы окуляр всегда располагают вплотную к глазу, поэтому нет смысла делать диаметр линзы окуляра гораздо больше диаметра зрачка глаза. Следовательно, основное отличие окуляра от лупы — это маленький диаметр линзы.

Максимальный диаметр зрачка глаза примерно равен 5 мм.